



УНИВЕРЗИТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ  
ФАКУЛТЕТ ЗА МАШИНСТВО  
И ГРАЂЕВИНАРСТВО У КРАЉЕВУ

Спасоје С. Трифковић

**ГЕОМЕТРИЈСКА ИДЕНТИФИКАЦИЈА  
ЕЛЕМЕНАТА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ  
ПРЕТОВАРНИХ МОСНИХ ДИЗАЛИЦА СА  
УТОВАРНО-ИСТОВАРНИМ КОЛИЦИМА**

Докторска дисертација

Краљево, 2020.



UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC  
FACULTY OF MECHANICAL AND CIVIL ENGINEERING  
IN KRALJEVO

Spasoje S. Trifković

**GEOMETRIC IDENTIFICATION OF THE SUPPORT  
STRUCTURE ELEMENTS OF THE CRANES WITH  
LOADING-UNLOADING TROLLEY**

Doctoral Dissertation

Kraljevo, 2020.

**ИДЕНТИФИКАЦИОНА СТРАНИЦА**

<b>Аутор</b>	
Име и презиме: Спасоје С. Трифковић	
Датум и место рођења: 19.01.1973. године, Сарајево, Босна и Херцеговина	
Садашње запослење: Виши асистент на Машинском факултету, Универзитета у Источном Сарајеву	
<b>Докторска дисертација</b>	
Наслов: Геометријска идентификација елемената носеће структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима	
Број страница: 103	
Број слика: 59	
Број библиографских података: 66	
Установа и место где је рад израђен: Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитета у Крагујевцу	
Научна област (УДК): 621.875.1:621.873.2 Утоварни мостови са дизалицом ограничене покретљивости	
<b>Ментор:</b> др Миломир Гашић, редовни професор у пензији	
<b>Оцена и одбрана</b>	
Датум пријаве теме: 18.10.2017.	
Број одлуке и датум прихватања докторске дисертације: IV-04-184/9 од 14.03.2018.	
Комисија за оцену научне заснованости теме и испуњености услова кандидата:	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. др Миле Савковић, редовни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу</li> <li>2. др Небојша Радић, ванредни професор, Машински факултет у Источном Сарајеву, Универзитет у Источном Сарајеву</li> <li>3. др Миломир Гашић, редовни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу</li> </ol>	
Комисија за оцену и одбрану докторске дисертације:	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. др Миле Савковић, редовни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу</li> <li>2. др Небојша Радић, ванредни професор, Машински факултет у Источном Сарајеву, Универзитет у Источном Сарајеву</li> <li>3. др Горан Марковић, ванредни професор, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Универзитет у Крагујевцу</li> <li>4. др Драган Живанић, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду</li> <li>5. др Небојша Здравковић, доцент, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Уневиерзитет у Крагујевцу</li> </ol>	
Датум одбране дисертације:	

## ИЗЈАВЕ ЗАХВАЛНОСТИ

За помоћ у реализацији ове дисертације желим се захвалити члановима Катедре за механизацију и носеће конструкције и то: др Милу Савковићу, редовном професору Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву, др Горану Марковићу, ванредном професору Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву, др Небојши Здравковићу, доценту Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву, као и др Драгану Петровићу, редовном професору Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву и др Милану Бижићу, доценту Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву, руководиоцима Лабораторије за железничко машинство и испитивање конструкција.

За уложени труд и истрајност при обради рукописа и техничком опремању дисертације, захваљујем се студенту мастер студија Марку Тодоровићу.

Такође, желим да се захвалим др Небојши Радићу, редовном професору Машинског факултета Универзитета у Источном Сарајеву за константну подршку приликом израде ове докторске дисертације.

Посебну захвалност дугујем ментору дисертације др Миломиру Гашићу редовном професору у пензији Факултета за машинство и грађевинарство у Краљеву за несебичну помоћ при изради дисертације кроз велики број консултација, сугестија и разговора.

Краљево, април, 2020. године

*Спасоје Трифковић*

## ГЕОМЕТРИЈСКА ИДЕНТИФИКАЦИЈА ЕЛЕМЕНАТА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ ПРЕТОВАРНИХ МОСНИХ ДИЗАЛИЦА СА УТОВАРНО-ИСТОВАРНИМ КОЛИЦИМА

### Апстракт

Вишегодишњим истраживачким радом кандидата у области геометријске идентификације елемената носеће структуре претоварних мосних дизалица, потврђеним саопштењима и публикованим радовима на домаћим и међународним научним конференцијама и научним часописима створена је научно-стручна основа за специјализована истраживања која су презентована у овој дисертацији.

Теоријском анализом утицајних геометријских параметара носача носећих структура, потврђене експерименталним истраживањима на лабораторијским моделима, формиран су теоријски односи геометријских величина носача.

Садржај дисертације је тако конципиран да између истражених цјелина постоји функционална повезаност. У току самог истраживачког подухвата, посебна пажња је посвећена анализи утицајних параметара геометријских величина носача сандучастог типа на однос савојне и торзионе крутости.

Резултати спроведених експерименталних истраживања на лабораторијском моделу показали су високу подударност са теоријским. Тиме су потврђене полазне основе геометријске идентификације носеће структуре утоварно-истоварних колица и моста претоварних дизалица. То се најбоље потврђује резултатима мјерења и резултатима теоријских истраживања односа крутости носећих рамова утоварно-истоварних колица  $c_{ki}/c_{kj}=(k_j/k_i)^{3/2}$ , као и односа крутости носеће конструкције претоварних дизалица чија је ослона база  $(m \cdot n)$ ,  $c_i/c_j=(m_j/m_i)(n_j/n_i)^2$ , што је од посебног значаја за наставак истраживања усмјерених на динамичку анализу носећих структура претоварних мосних дизалица.

**Кључне ријечи:** претоварна дизалица, утоварно-истоварна колица, утицајни параметри, носећа структура, експериментална верификација, динамичка идентификација.

## GEOMETRIC IDENTIFICATION OF THE SUPPORT STRUCTURE ELEMENTS OF THE CRANES WITH LOADING-UNLOADING TROLLEY

### Abstract

After many years of the candidate's research work in the field of geometric identification of the support structure elements of the cranes, confirmed by numerous papers published at the national and international scientific conferences and journals, a scientific and professional basis was created for the specialized research which has been presented in the doctoral thesis.

Based on theoretical analysis of the influential geometric parameters of the supports of the support structures, verified by experimental research on laboratory models, theoretical relations of the geometrical sizes of the supports have been formed.

The content of the dissertation has such a concept that there is a functional connection between the investigated units. In the research work special attention was paid to the analysis of the parameters of geometrical sizes of the box type supports which have influence on the ratio of bending and torsional stiffness.

The results of the experimental studies conducted on the laboratory model had a high compatibility with the theoretical results. Thus, the foundation of the geometric identification of the support structure of the loading-unloading trolley and the crane's bridge was verified. This is best confirmed by the measurement results and the results of theoretical investigations of the stiffness ratio for support frames of the loading-unloading trolley  $c_{ki}/c_{kj}=(k_j/k_i)^{3/2}$ , as well as the stiffness ratio for the support structure of the crane whose support base is  $(m \cdot n)$ ,  $c_i/c_j=(m_j/m_i)(n_j/n_i)^2$ , which is significant for the continuation of research aimed at dynamic analysis of the support structures of the cranes.

**Key words:** crane, loading-unloading trolley, influential parameters, support structure, experimental verification, dynamic identification.

## СПИСАК СЛИКА

<b>Слика 1.1</b>	Претоварна дизалица са крутим ногама	2
<b>Слика 1.2</b>	Шематски приказ носеће конструкције претоварног моста са крутим ногама	2
<b>Слика 1.3</b>	Шематски приказ везе ногу са главним носачем чији је распон већи од 30m	3
<b>Слика 1.4</b>	Претоварни мост са грабилицом	3
<b>Слика 1.5</b>	Претоварне дизалице са утоварно-истоварним колицима са горње стране подужних носача	4
<b>Слика 1.6</b>	Путање до иновативног рјешења	7
<b>Слика 2.1</b>	Равански коначно-елементни модел рамне дизалице	13
<b>Слика 2.2</b>	Просторни коначно-елементни модел рамне дизалице	13
<b>Слика 3.1</b>	Шематски приказ утоварно-истоварних колица на претоварном мосту	15
<b>Слика 3.2</b>	Шема носеће конструкције утоварно-истоварних колица	16
<b>Слика 3.3</b>	Положај ослонца носећег рама утоварно-истоварних колица	17
<b>Слика 3.4</b>	Моделски приказ носеће конструкције утоварно-истоварних колица са укрућењима и зазором испод ослонца С	19
<b>Слика 3.5</b>	Основни прорачунски модел	19
<b>Слика 3.6</b>	Растојање између подужних и попречних укрућења носеће конструкције утоварно-истоварних колица	21
<b>Слика 5.1</b>	Носачи сандучастог типа израђени од челичних лимова	24
<b>Слика 5.2</b>	Попречни пресјек носача сандучастог типа носеће конструкције утоварно-истоварних колица са промјенљивим дебљинама лимова	26
<b>Слика 5.3</b>	Графички приказ зависности $i_{\lambda} = f(k, \lambda = const)$	29
<b>Слика 5.4</b>	Графичка зависност $i = f(k, k = 1, 0 \div 3, 0)$	30
<b>Слика 5.5</b>	Графички приказ апроксимације полинома првог степена	32
<b>Слика 5.6</b>	Графички приказ зависности $i_{\lambda, \min} = f(k, \lambda = \sqrt{3} / 3)$	32
<b>Слика 6.1</b>	Графички приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената $\beta$ , $w$ , $\varphi$ и $\psi$ , при $\lambda=1,0$ .	38
<b>Слика 6.2</b>	Графички приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената $\beta$ , $w$ , $\varphi$ и $\psi$ , при $\lambda=1,5$	40
<b>Слика 6.3</b>	Дијаграмски приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената $\beta$ , $w$ , $\varphi$ и $\psi$ , при $\lambda=1,3$	42
<b>Слика 6.4</b>	Зависност допунске силе у ослонцу D у функцији од угиба ослонца С	49
<b>Слика 7.1</b>	Шема експерименталне методологије испитивања	50
<b>Слика 7.2</b>	Изглед модела носећег рама са крутом платформом	51

<b>Слика 7.3</b>	Лоптасти ослонац носећег рама	52
<b>Слика 7.4</b>	Претварач за мјерење допунских сила (динамометар)	52
<b>Слика 7.5</b>	Притискивач са завојним вретеном	53
<b>Слика 7.6</b>	Приказ динамометра и дигиталног дисплеја за мјерење допунске силе	53
<b>Слика 7.7</b>	Шема распореда давача за мјерење помјерања $\delta_c$ у ослонцу С и допунске силе $X_D$ у ослонцу D	54
<b>Слика 8.1</b>	Шематски приказ носеће структуре моста претоварних дизалица	58
<b>Слика 8.2</b>	Прорачунски модел носеће конструкције моста претоварне дизалице	59
<b>Слика 8.3</b>	Дијаграми момената од јединичних сила и момената	60
<b>Слика 8.4</b>	Графичи приказ зависности $X_1' = f(\varepsilon, k)$ за $m \times n = 30 \times 8 m$	64
<b>Слика 8.5</b>	Графичи приказ зависности $X_1'' = f(\varepsilon, k)$ за $m'' \times n'' = 50 \times 16 m$	65
<b>Слика 8.6</b>	Графичи приказ зависности $X_1''' = f(\varepsilon, k)$ за $m''' \times n''' = 70 \times 24 m$	65
<b>Слика 9.1</b>	Прорачунски модел дизалице са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи	69
<b>Слика 9.2</b>	Прорачунски модел дизалице за случај оптерећених колица	74
<b>Слика 9.3</b>	Прорачунски модел дизалице за случај кретања неоптерећених колица	77
<b>Слика 9.4</b>	Попречни пресјек главног сандучастог носача	79
<b>Слика 9.5</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $h_1=800\text{mm}$	79
<b>Слика 9.6</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $h_1=1000\text{mm}$	80
<b>Слика 9.7</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $h_1=1200\text{mm}$	80
<b>Слика 9.8</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $h_1=800\text{mm}$	81
<b>Слика 9.9</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $h_1=1000\text{mm}$	82
<b>Слика 9.10</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $h_1=1200\text{mm}$	82
<b>Слика 9.11</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $h_1=800\text{mm}$	83
<b>Слика 9.12</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $h_1=1000\text{mm}$	83
<b>Слика 9.13</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $h_1=1200\text{mm}$	84
<b>Слика 9.14</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $b_1=400\text{mm}$	84
<b>Слика 9.15</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $b_1=500\text{mm}$	85
<b>Слика 9.16</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=10\text{mm}$ , $t_2=12\text{mm}$ и $b_1=600\text{mm}$	85
<b>Слика 9.17</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $b_1=400\text{mm}$	86
<b>Слика 9.18</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $b_1=500\text{mm}$	86
<b>Слика 9.19</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=12\text{mm}$ , $t_2=15\text{mm}$ и $b_1=600\text{mm}$	87
<b>Слика 9.20</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $b_1=400\text{mm}$	87
<b>Слика 9.21</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $b_1=500\text{mm}$	88
<b>Слика 9.22</b>	Сопствене фреквенције за $t_1=14\text{mm}$ , $t_2=18\text{mm}$ и $b_1=600\text{mm}$	88



## СПИСАК ТАБЕЛА

<b>Табела 5.1</b>	Функционална зависност $I_{x\lambda}/I_{t\lambda} = f(k, \lambda)$	28
<b>Табела 5.2</b>	Процентуално одступање тачних вриједности $I_x/I_t$ од приближних вриједности $I'_x/I_t$	30
<b>Табела 5.3</b>	Функционална зависност $i = i(\lambda = 1, 0, k)$	31
<b>Табела 5.4</b>	Релативна одступања тачака код апроксимације полинома првог степена	31
<b>Табела 5.5</b>	Вриједности граничне функције предложеног апроксимативног облика	33
<b>Табела 6.1, а</b>	Односи крутости $c_{k2}/c_{k1}$ при $k_1 = 1,0$ и $w = 0,5$	44
<b>Табела 6.1, б</b>	Односи крутости $c_{k3}/c_{k2}$ при $k_2 = 2,0$ и $w = 0,5$	44
<b>Табела 6.1, в</b>	Односи крутости $c_{k3}/c_{k1}$ при $k_3 = 3,0$ и $w = 0,5$	44
<b>Табела 6.2, а</b>	Односи крутости $c_{k2}/c_{k1}$ при $k_1 = 1,0$ и $w = 1,0$	45
<b>Табела 6.2, б</b>	Односи крутости $c_{k3}/c_{k2}$ при $k_2 = 2,0$ и $w = 1,0$	45
<b>Табела 6.2, в</b>	Односи крутости $c_{k3}/c_{k1}$ при $k_3 = 3,0$ и $w = 1,0$	45
<b>Табела 6.3</b>	Вриједности за допунске силе у ослонцима за $w=0,5$	47
<b>Табела 6.4</b>	Вриједности за допунске силе у ослонцима за $w=1,0$	48
<b>Табела 6.5</b>	Допунске силе у ослонцу D	49
<b>Табела 6.6</b>	Угиби у тачкама носеће структуре од 1 до 8	49
<b>Табела 7.1</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	56
<b>Табела 7.2</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	56
<b>Табела 7.3</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	56
<b>Табела 7.4</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	56
<b>Табела 7.5</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	56
<b>Табела 7.6</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	57
<b>Табела 7.7</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	57
<b>Табела 7.8</b>	Вриједности допунске силе и помјерања	57
<b>Табела 8.1</b>	Геометрија носеће конструкције претоварних дизалица	62
<b>Табела 8.2</b>	Допунска сила за $m' \times n' = 30 \times 8$ m	63
<b>Табела 8.3</b>	Допунска сила за $m'' \times n'' = 50 \times 16$ m	63
<b>Табела 8.4</b>	Допунска сила за $m''' \times n''' = 70 \times 24$ m	64
<b>Табела 8.5</b>	Коефицијент раста $\phi_e$	66
<b>Табела 8.6</b>	Коефицијент раста $\phi_k$	66
<b>Табела П.1</b>	$X_I = f(\beta, w)$	99
<b>Табела П.2</b>	$X_I = f(\psi, \varphi)$	99
<b>Табела П.3</b>	$X_I = f(w, \psi)$	99
<b>Табела П.4</b>	$X_I = f(\varphi, \beta)$	99
<b>Табела П.5</b>	$X_I = f(\beta, w)$	100
<b>Табела П.6</b>	$X_I = f(\psi, \varphi)$	100
<b>Табела П.7</b>	$X_I = f(w, \psi)$	100
<b>Табела П.8</b>	$X_I = f(\varphi, \beta)$	100

---

<b>Табела П.9</b>	$X_I=f(\beta, w)$	101
<b>Табела П.10</b>	$X_I=f(\psi, \varphi)$	101
<b>Табела П.11</b>	$X_I=f(w, \psi)$	101
<b>Табела П.12</b>	$X_I=f(\varphi, \beta)$	101

## САДРЖАЈ

<b>1. УВОД</b>	1
1.1. Предмет истраживања	4
1.2. Циљеви истраживања	5
1.3. Основне хипотезе	6
1.4. Методологија истраживања	7
1.5. Структура докторске дисертације	8
<b>2. ПРЕГЛЕД СТАЊА У ОБЛАСТИ ИСТРАЖИВАЊА</b>	10
<b>3. МОДЕЛИ НОСЕЊИХ СТРУКТУРА СЕГМЕНТНИХ ЦЈЕЛИНА ПРЕТОВАРНИХ МОСНИХ ДИЗАЛИЦА СА ОКРЕТНОМ ПЛАТФОРМОМ НА УТОВАРНО-ИСТОВАРНИМ КОЛИЦИМА</b>	15
3.1. Теоријска анализа односа геометријских величина носеће структуре утоварно-истоварних колица	16
3.2. Носеће конструкције утоварно-истоварних колица	19
<b>4. КАНОНСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ И ЊИХОВО РЈЕШАВАЊЕ</b>	22
<b>5. ТЕОРИЈСКЕ ЗАВИСНОСТИ ОДНОСА САВОЈНЕ И ТОРЗИОНЕ КРУТОСТИ НОСАЧА САНДУЧАСТОГ ТИПА</b>	24
5.1. Карактеристични параметри сандучастих носача	24
5.2. Дефинисање односа момената инерције при савијању и торзији сандучастих носача	25
5.3. Успостављање односа савојне и торзионе крутости	32
<b>6. КРУТОСТ НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ УТОВАРНО-ИСТОВАРНИХ КОЛИЦА У ФУНКЦИЈИ ПРОМЈЕНЉИВИХ ПАРАМЕТАРА</b>	35
6.1. Утицај коефицијената $\beta, w, \varphi$ и $\psi$ на крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица при вриједности коефицијената $\lambda=1,0$ ; $\lambda=1,3$ и $\lambda=1,5$	37
6.2. Утицај промјене коефицијента $k$ на крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица	43
6.3. Теоријска зависност крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица од промјене коефицијената $w$ и $\psi$	46
<b>7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ВЕРИФИКАЦИЈА ТЕОРИЈСКИХ РЕЗУЛТАТА ГЕОМЕТРИЈСКЕ ИДЕНТИФИКАЦИЈЕ ЕЛЕМЕНАТА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ УТОВАРНО-ИСТОВАРНИХ КОЛИЦА</b>	50
7.1. Методологија испитивања носећих рамова утоварно-истоварних колица	50
7.2. Модели носећих рамова утоварно-истоварних колица са укрућењима	53
7.3. Резултати мјерења	55
<b>8. ТЕОРИЈСКА АНАЛИЗА ОДНОСА ГЕОМЕТРИЈСКИХ ВЕЛИЧИНА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ МОСТА ПРЕТОВАРНЕ ДИЗАЛИЦЕ</b>	58
8.1. Прорачунски модел носеће структуре моста претоварних дизалица	59
8.2. Геометријски параметри носеће структуре претоварних дизалица	61
8.3. Зависност односа крутости носеће конструкције моста претоварних дизалица од параметара ослоне базе	66

---

<b>9. ПРОРАЧУНСКИ МОДЕЛ ДИНАМИЧКОГ ПОНАШАЊА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ ПРЕТОВАРНИХ МОСНИХ ДИЗАЛИЦА СА УТОВАРНО-ИСТОВАРНИМ КОЛИЦИМА</b>	68
9.1. Једначине кретања утоварно-истоварних колица	68
9.2. Математичка формулација осциловања	70
9.3. Прорачунски модел носеће конструкције моста претоварне мосне дизалице	73
9.4. Нумеричка анализа утицаја величине попречног пресека и дебљине лимова на сопствене фреквенције	79
<b>10. ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА</b>	89
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	92
<b>ПРИЛОЗИ</b>	98
<b>БИОГРАФИЈА АУТОРА</b>	102

## 1. Увод

У другој половини прошлог вијека долази до интензивног развоја дизаличних машина захваљујући пре свега све већем обиму утоварно-истоварних радова. У зависности од капацитета тих радова као и специфичности увођења тих етапа у току циклуса премјештања терета, појављују се дизаличне машине које по својој функцији и начину израде „трпе“ стална усавршавања. Наиме, циљ је да се са једном дизаличном машином оствари што већи капацитет транспорта на дефинисаној транспортној линији неког технолошког процеса. У том развојном процесу значајно мјесто заузимају порталне дизалице, пред које се стално наметало питање побољшања функције, поузданости и брзине извођења радних операција. И поред појаве различитих концепцијских рјешења тих дизалица, постојећа конструкцијска рјешења носећих структура су показале одређене слабости, најприје у повећању пута транспорта терета дуж носеће конструкције.

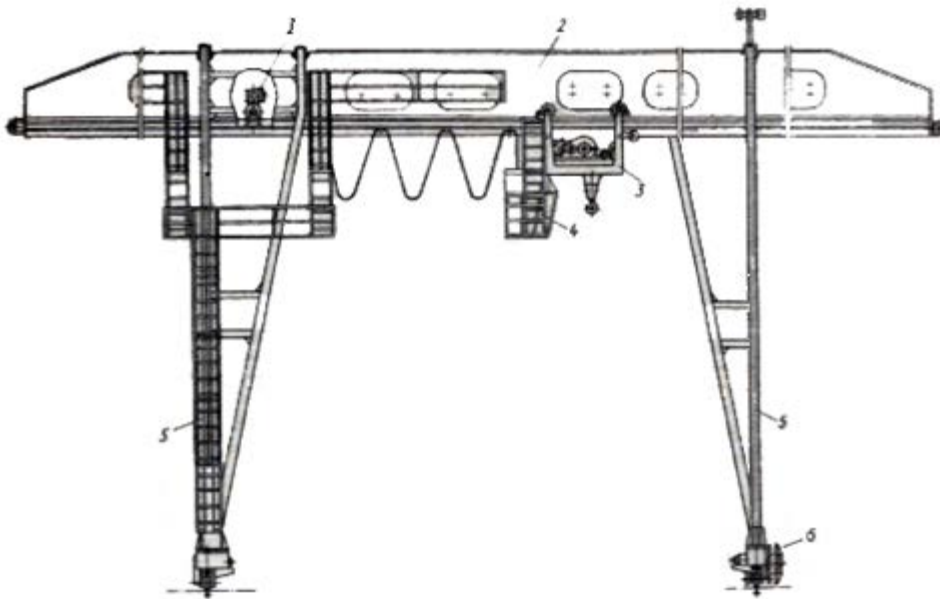
Транспорт материјала, комадног или растутог, заузима велики обим радова у подручју претовара руде, угља, пјесковитих материјала, житарица и других ситно комадних материјала. Примјена транспортних машина типа мосних и порталних дизалица су показале евидентне слабости, најприје у дијелу који се односи на капацитет транспорта. Појавом машина са утоварно-истоварним колицима и транспортном траком долази се до нових концепцијских рјешења која знатно повећавају капацитет остварених радова. И ове двије концепције, свака за себе, испољиле су одређене предности и мане. Конструкцијско рјешење са траком по свом конструктивном увођењу припада мање сложеним постројењима али са знатно смањеним простором опслуживања. Тако, примјеном овог рјешења се по завршетку транспорта материјала, у простору једног појаса, одређене ширине у односу на траку транспортера, захтјевају помјерање носеће конструкције претоварног моста за ширину другог појаса. Наравно да овај транспортни пут директно утиче на смањење капацитета транспорта. Тај недостатак се може отклонити примјеном транспортних машина код којих се носећа конструкција изводи у облику претоварног моста са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи.

У основи претоварне дизалице представљају конструкцију мосног типа, која се ослања на високе носаче (ноге). У зависности од распона моста, веза ногу са главним подужним носачем се оставрује на два начина и то:

- са крутом везом (слика 1.1 и слика 1.2) за распоне моста до 30m,
- са крутом и еластичном везом (слика 1.3), за распоне моста преко 30m.

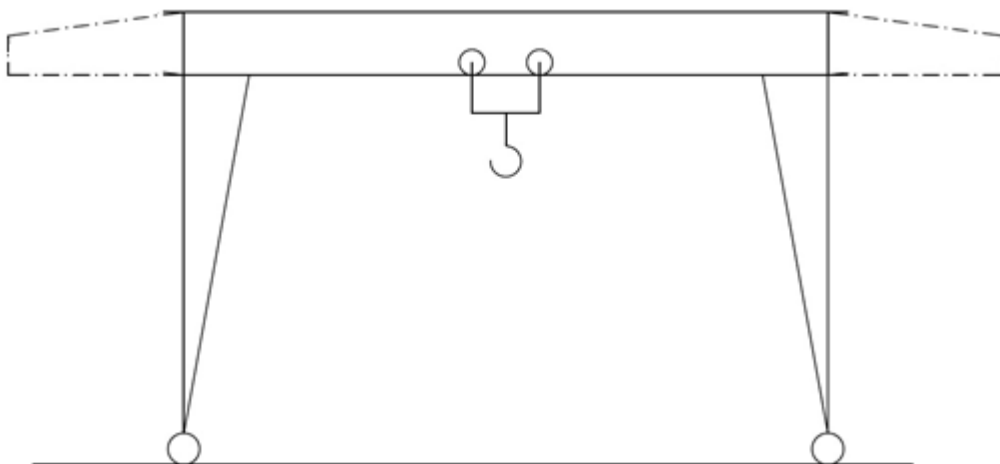
Еластична веза је код еластичне ноге и моста и остварује се обично зглобом.

Дизалице са обје круте ноге су једноставније са аспекта конструкције и мање осјетљиве на утицај закошења као и дејство хоризонталних динамичких оптерећења, али су веома осјетљиве на стање дизаличне стазе.



**Слика 1.1** - Претоварна дизалица са крутим ногама

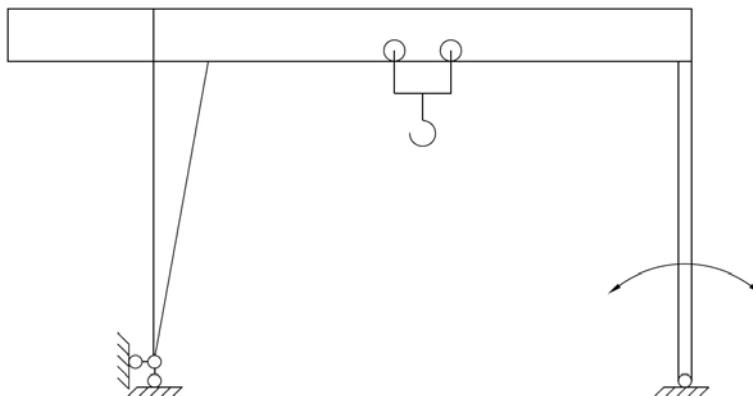
Као што је на слици 1.1 приказано, претоварни мост се састоји из подужног носача сандучастог типа 2, механизма за дизање терета 3, који се преко точкова ослања на шине постављене на доњем појасном лиму главних подужних носача. Ноге 5 су такође сандучастог типа и круто су везане са главним подужним носачима и ослањају се преко точкова 6 на дизаличне шине. Треба напоменути да се претоварне дизалице израђују и са конзолним наставцима главног подужног носача чиме се продужава утоварно-истоварно поље (слика 1.2).



**Слика 1.2** - Шематски приказ носеће конструкције претоварног моста са крутим ногама

На слици 1.2. испрекиданим линијама су приказани конзолни наставци главног носача, при чему се срећу рјешења са два или једним наставком.

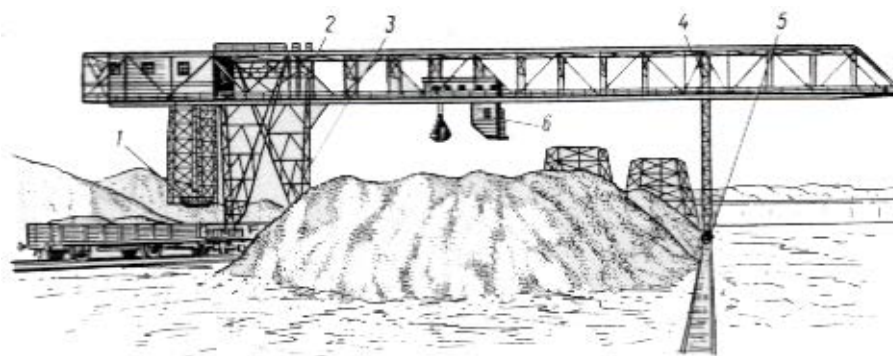
За распоне мостова претоварних дизалица преко 30m, шематски приказ носеће структуре дат је на слици 1.3. Један од ослонаца мора бити са крутом везом са главним подужним носачем, док је други са еластичном (гипком) везом.



**Слика 1.3** - Шематски приказ везе ногу са главним носачем чији је распон већи од 30m

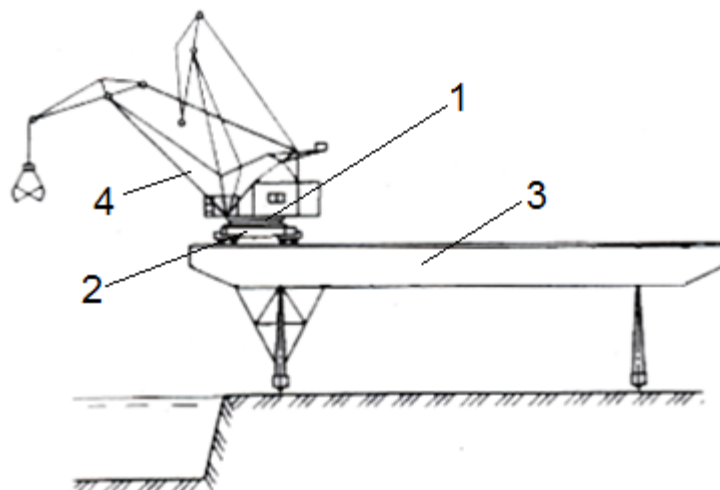
На претходним сликама су приказана рјешења претоварних дизалица са колицима за дизање терета која се крећу по доњем појасу главног подужног носача. Оваква рјешења су једноставније конструкције, али таква рјешења утичу на смањење висине дизања терета.

За опслуживање отворених складишта са насипним теретом као захватни уређај се користи грабилица која је уграђена у маханизам за дизање 6 (слика 1.4). Ови претоварни мостови се најчешће израђују са двоструким подужним носачем 2, који преко крутог ослонца 3 и еластичног ослонца 4, преносе оптерећења на дизаличну стазу 5. Пуњење вагона композиције воза се врши из бункера 1.



**Слика 1.4** - Претоварни мост са грабилицом

Као што је наведено, утоварна колица се могу кретати по доњем или горњем појасу главних подужних носача. Савремене конструкције претоварних дизалица су снабђевене колицима која се повезана са окретном платформом стријеле са аксијално-радијалним лежајем 1 (слика 1.5). Колица 2 се крећу по горњем појасу главних подужних носача 3, а на њих, са горње стране, је постављена дизалица 4.



**Слика 1.5** - Претоварне дизалице са утоварно-истоварним колицима са горње стране подужних носача

Захваљујући механизму дизалице 4 за промјену дохвата стрижеле, ова савремена рјешења пружају могућност обављања претоварно-утоварних радова у знатно већим складишним појасевим, чиме се могу остварити и вишеструки капацитети у односу на досадашња изведена рјешења. Јасно је да промјена дохвата стрижеле као и ексцентрични положај терета са дизалицом при њеном обртању изазива промјенљива напрезања главних подужних носача. Дефинисање утицајних параметара носеће структуре су од изузетног значаја за изналагање нових односа геометријских величина пресека сандучастог носача. Ова констатација је од посебног значаја када се има на уму чињеница на стални раст дужина главних носача, како би се испунили захтјеви повећања капацитета транспорта, који сада износи и преко 1000t/h. Носивост претоварних мостова се креће у границама до 50t, са дужинама главних носача 100m више.

Најраспрострањеније претоварне дизалице имају дужине главних подужних носача од 30 до 70m, док брзине дизања достижу до 150m/min, кретања колица до 400m/min, док брзине дизања моста износе до 50m/min.

Масе претоварних дизалица достижу вриједности и преко 200t, што изазива потребу већег броја дизаличних стаза (до 8) како би се смањило пречник точкова за кретање моста.

### 1.1. Предмет истраживања

Како истраживања утицајних параметара на понашање носеће структуре претоварних дизалица са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи зависе од могућности варирања великог броја параметара, то није могуће теоријском прорачунским методама обухватити све те параметре, због немогућности рјешења математичких проблема. Зато се анализе утицајних параметара носећих структура претоварних дизалица спроводе са извјесним степеном редукације параметара. Такав приступ не иде у прилог комплексној анализи разматраног проблема, али зато омогућава успостављање и дефинисање основних релација између одговарајућих геометријских елемената носеће структуре претоварних дизалица. Тиме се смањује број утицајних параметара без нарушавања општости разматраног проблема. Појава



ових метода се везује за крај прве половине двадесетог вијека [1] и почетак друге половине двадесетог вијека [2,3,4].

Полазна фаза истраживања се односи на сагледавање постојећег нивоа знања у области остваривања контакта точак-шина и досадашњих концепцијских рјешења која не обезбеђују поуздан и дуготрајан рад посредних елемената (лежајева великих пречника) уграђених између окретног и неокретног дијела утоварно-истоварних колица. Формирањем теоријског прорачунског модела носеће конструкције лежаја, спровео би се одређени степен редукције утицајних параметара и успоставиле теоријске зависности одговарајућих геометријских карактеристика носеће конструкције.

У практичном дијелу, истраживања су усмјерена, на верификацију и валидацију предложеног модела експерименталним истраживањем различитих варијантних рјешења лабораторијског модела носеће структуре. Израдом варијантних рјешења лабораторијског модела носећих рамова са конструктивним извођењем без кратких укрућења као и конструкције са укрућењима између попречних носача стекли би се услови за експерименталну идентификацију и верификацију успостављених теоријских зависности. Остварени резултати истраживања, представљају значајну основу за наставак истраживања усмјерених ка динамичкој анализи носећих структура претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима.

## 1.2. Циљеви истраживања

Постављени циљеви истраживања у сегменту усавршавања машина транспортне механизације са освртом на везе носећих рамова утоварно-истоварних колица са окретном платформом и носеће структуре претоварних мосних дизалица, наметнули су потребу изналажења теоријских зависности односа геометријских величина елемената носећих структура од значаја за оптимизацију носећих структура машина транспортне механизације.

*Научни циљ дисертације је успостављање теоријских зависности момената инерције при савијању и торзији код носача сандучастог типа са константним и промјенљивим дебљинама појасних и вертикалних лимова. Паралелно са тим, долази се до успостављања теоријске зависности између савојне и торзионе крутости сандучастих носача. Такође, успостављање теоријских зависности односа крутости носеће конструкције моста претоварних дизалица је од теоријског значаја при изналажењу нових метода у оптимизацији носећих структура рамног типа.*

*Предложени модел треба да пружи могућност варирања параметара у циљу формирања оптималне конструкције гредних носача.*

Имајући у виду да су облици извођења гредних носача који чине носећу структуру утоварно-истоварних колица раванског типа, то се уводе:

- а) промјенљиви коефицијенти односа геометријских величина:
  - односи момената инерције сегмената носеће структуре утоварно-истоварних колица,
  - односи дужина сегмената подужних носача носеће структуре утоварно-истоварних колица (коефицијент  $w$ ),
  - однос дужине првог сегмента попречног носача према дужини средњег сегмента попречног носача (коефицијент  $\psi$ ),

- однос момената инерције почетног дијела попречног носача према моменту инерције подужног носача (коэффициент  $\varphi$ ),
  - моменти инерције пресјека средњег дијела попречног носача према моменту инерције пресјека подужног носача (коэффициент  $\eta$ ),
  - однос момента инерције кратког попречног носача и момент инерције пресјека попречног носача (коэффициент  $\beta$ ).
- б) константне геометријске величине:
- $b$  – ширина носача сандучастог типа;
  - $t_1$  – дебљине вертикалних лимова носача сандучастог типа;
  - $l_2$  – размак попречних носача;
  - $L_2$  – размак средњих подужних носача;
  - $\Delta$  – размак између ослонца носеће конструкције претоварног моста и дизаличне стазе;
- в) константни коэффициенти:
- $k$  – однос висине и ширине носача сандучастог типа;
  - $\lambda$  – однос дебљина појасних и вертикалних лимова носача сандучастог типа.

Очекивани ниво научних сазнања треба да допринесе фундаменталном доприносу науци у области оптимизације носећих структура претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима.

Практични циљеви истраживања су:

- редукције броја чланова у Максвел-Моровом интегралу чиме би утицајни коэффициенти добили сажетију форму и поступак рјешавања канонских једначина учинили лакшим;
- односи момената инерције при савијању и торзији сандучастих носача зависни од односа висине и ширине сандучастих носача и односа дебљина појасних и вертикалних лимова сандучастих носача.

Остваривање практичних циљева овог истраживања доводе до снижавања сложености и комплексности задатка како са научног тако и са становишта примјене.

### 1.3. Основне хипотезе

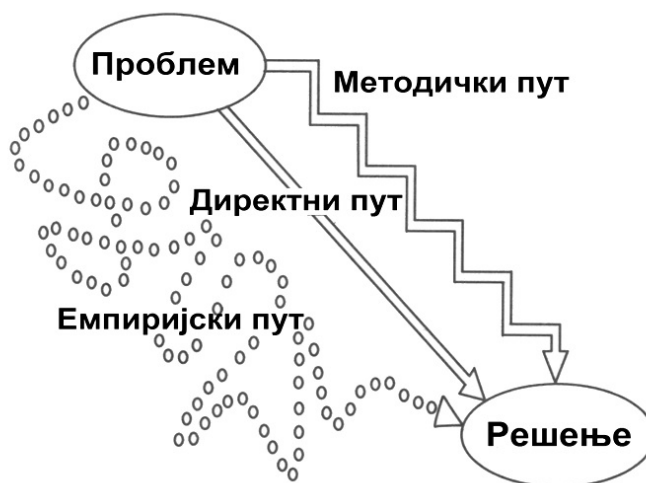
Преношење спољашњег оптерећења од захватног уређаја са теретом преко утоварно-истоварних колица, која су са окретном платформом са стријелом везана аксијално-радијалним лежајем на носећу структуру претоварне дизалице одвија се са великим бројем утицаја различитих геометријских параметара. Успостављањем теоријске зависности односа геометријских величина подужних главних носача, при којима се добијају оптимална рјешења попречних пресјека сандучастих носача, директно утичу на повећање поузданости тих дизалица. Због изражене дужине главних носача носећих рамова ових дизалица, крутост тих рамова мора да задовољи услов контакта точкова дизалице са дизаличном стазом.

Истраживања у овој дисертацији су вршена у условима када су дебљине лимова сандучастог носача дуж ширине и висине сандучастог носача непромењене. Одступања горњих ивица шина, по којима се крећу точкови претоварног моста, од хоризонталне равни не прелазе величину  $\Delta=35\text{mm}$ .

Реализацијом ове хипотезе биће обухваћењни сви елементи савремених токова научно-истраживачког рада, поштујући при томе основне критеријуме науке и научних циљева и методе анализе које ће на крају истраживања бити потврђене експерименталним

методама на лабораторијском моделу. Истражени резултати представљају оригинални допринос у теоријском и експерименталном опусу, јер ова истраживачка област је недовљно изучена, највише због непознавања ограничења параметара елемената носеће структуре претоварних дизалица. Имајући у виду актуелност и примјењивост резултата спроведене анализе, ова дисертација има не само теоријски већ и практичан допринос. Јасно је да формиран модел носеће структуре претоварних носних дизалица пружа могућност варирања различитих геометријских параметара елемената носеће структуре, што доводи до дефинисања теоријских зависности од значаја за наставак истраживања.

За стварање техничке иновације подржане теоријским резултатима истраживања не постоји дефинисан пут, односно алгоритам. Свакако да би постојање директног пута рјешавања конструкцијских проблема, приказано правом линијом (слика 1.6), било најбоље рјешење. То значи, полазило би се од идеје, а онда по одређеном алгоритму или скупу једначина или формула долазило би се до рјешења проблема [5].



Слика 1.6 - Путање до иновативног рјешења [5]

Међутим, у реалности у истраживачким подухватима таквог пута нема. Емпиријска процедура се заснива на усавршавању и побољшању рјешења конструктивних извођења користећи методу итерационог дотјеривања. Јасно је да такав приступ није сврсисходан јер би дуго трајао и имао би умањену конкуренцију на тржишту. Зато се као прелазно рјешење јавља методичка процедура, приказана степенастом линијом на слици 1.6. Другим рјечима, ова линија треба да распореди активности које треба спровести корак по корак и тако доћи до рјешења.

#### 1.4. Методологија истраживања

Методологија примјењена у овом раду заснована је на теоријским и експерименталним истраживањима.

Теоријска и експериментална истраживања су методе које ће се користити при изради ове дисертације и обухватају:

- дефинисање проблема истраживања,
- утврђивање циљева истраживања,
- формулисање основних хипотеза,

- проучавање актуелног стања у посматраној области,
- геометријска идентификација елемената носеће структуре претоварних мостова и формирање експерименталног модела носеће конструкције претоварног моста,
- верификацију и валидацију предложеног модела,
- анализу резултата и
- закључна разматрања.

### 1.5. Структура докторске дисертације

Резултати истраживања у овој дисертацији су изложени кроз десет поглавља. У уводном, *првом* поглављу, укратко је описан предмета истраживања, представљени су основни циљеви истраживања, дефинисане су основне хипотезе и приказана методологија истраживања са прегледом коришћених научних метода.

*Друго* поглавље обухвата теоријску основу и тренутно стање у области истраживања пројектовања претоварних мосних дизалица са окретном платформом на утоварно-истоварним колицима са посебним освртом на геометријску идентификацију ослоне површине лежајева великих пречника. Такође, дати су и предуслови за формирање модела веза на основу којих ће се извршити теоријска анализа интеракције окретних и неокретних делова претоварних мосних дизалица са окретном платформом.

У *трећем* поглављу извршено је сегментирање носеће структуре претоварних дизалица са окретном платформом на колицима. Јасно су раздвојене двије цјелине функционално повезане. Прву чини носећа конструкција утоварно-истоварних колица, а другу чини носећа конструкција моста по којој се она крећу. За моделски приказ утоварно-истоварних колица усваја се претпоставка круте носеће конструкције за коју се везује окретна платформа посредством аксијално-радијалног лежаја. За одређивање силе притиска точкова утоварно-истоварних колица на дизаличне шине које су постављене на подужне главне носаче моста претоварне дизалице, носећа структура утоварно-истоварних колица се посматра као крута. Другим рјечима, раван ослањања точкова утоварно-истоварних колица из једног положаја прелази у други, при чему један од ослонаца губи контакт са дизаличном стазом, тј. испод њега се јавља зазор.

У *четвртном* поглављу формирана је веза утоварно-истоварних колица са носећом структуром моста претоварне дизалице као и модел носеће структуре утоварно-истоварних колица. Дефинисана је зависност из које се може одредити спуштање ослонца за величину  $\delta_c$  која је у директној вези са висином неравнине дизаличне стазе  $\Delta$ . У *петом* поглављу које се односи на формирање теоријских зависности односа између савојене и торзионе крутости носача сандучастог типа, истражене су нове зависности односа висине и ширине сандучастих носача дефинисаних коефицијентом  $k$  као и зависности односа дебљина вертикалних појасних лимова, дефинисаних коефицијентом  $\lambda$ . Дати су графички прикази тих зависности као и подручја њихових промјена.

Увођењем промјенљивих коефицијената односа геометријских величина утоварно-истоварних колица, у *шестом* поглављу је извршена додатна трансформација утицајних коефицијената. Са оваквом анализом формиран су графички прикази тражене крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица у функцији промјенљивих коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\rho$  и  $\psi$ . У истом поглављу је истражен утицај промјене коефицијента  $k$  на крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица.

Такође, дефинисане су и теоријске зависности крутости носеће структуре утоварно-истварних колица у функцији промјене геометријских величина  $L$  и  $l$ . Све теоријске зависности које су остварене у току истраживања су експериментално потврђене у **седмом** поглављу. Експериментална верификација је спроведена на лабораторијским моделима, формираних од челичних квадратних и правоугаоних цијеви малих дебљина зидова. Приказана је методологија испитивања носећих рамова утоварно-исотоварних колица, извршено је дефинисање мјерних мјеста и на крају су приказани резултати мјерења.

У **осмом** поглављу је извршена теоријска анализа односа геометријских величина елемената носеће структуре моста претоварне дизалице. Успостављене су теоријске зависности односа крутости носеће структуре моста претоварних дизалица у функцији параметара ослоне базе  $m \times n$ .

У **деветом** поглављу формиран је динамички модел понашања носеће структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима. Дефинисане су генерализане координате, извршена редукција маса и уведена спољашња оптерећења. Формиране су једначине кретања сагласно усвојеном моделу.

Такође, извршена је нумеричка анализа утицаја промјене поречног пресјека реалних изведених конструкција претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима на сопствене фреквенције.

У **десетом** поглављу су изнијета закључна разматрања која су од посебног значаја за наставак истраживања. На крају дисертације, дата су нумерисана поглавља која се односе на списак коришћене литературе, прилоге и биографију аутора.

## 2. Преглед стања у области истраживања

Везе између доње и горње конструкције код неких типова машина грађевинске и транспортне механизације се остварују помоћу аксијално-радијалних лежајева великих пречника, узимајући у обзир утицај разних оперативних и конструкцијских захтјева. Циљ анализирања функционисања ових веза у реалним условима је обезбјеђивање адекватне расподјеле оптерећења на једној страни као и поуздан и дуготрајан рад на другој. Различити радни и конструктивни захтјеви условили су развој веза окретних и неокретних дијелова конструкција машина грађевинске и транспортне механизације. На основу анализе изведених рјешења уочљиво је да се развој истих протезао под утицајем сљедећих захтева:

- габаритне мјере конструкције морају бити у одређеним границама како би се омогућио ефикасан транспорт машина или њихових сегмената,
- крутост конструкције треба да је задовољавајућа како би депланација површине на коју се ослања аксијално-радијални лежај била што мања,
- конструкција треба да је што једноставнија и да захтјева мали утрошак материјала при изради.

Потребе за обављањем различитих функција машина грађевинске и транспортне механизације условили су велику присутност обртног кретања. Од посебног значаја су везе окретног и неокретног сегмента тих машина, које се завршавају прстенастом хоризонталном површином. Горњи сегмент у разматраном случају се односи на утоварно-истоварна колица са окретном платформом, док доњи сегмент чини претоварна мосна дизалица са главним подужним носачима.

Конструктивно извођење носача доњег сегмента претоварне мосне дизалице има функцију да:

- пренесе оптерећење са аксијално-радијалног лежаја на подлогу,
- обезбједи промјену радног положаја и кретања претоварне мосне дизалице, као и њен стабилан радни положај.

Оваква веза утоварно-истоварних колица са окретном платформом и претоварне мосне дизалице значајно побољшава конструктивна рјешења носећих структура претоварних мосних дизалица.

Нема пуно радова у литератури који описују утицаје геометријских параметара лежајева великих пречника на крутост. Углавном, главне истраживачке теме о лежајевима великих пречника су повезане са емпиријским испитивањима и рачунарским анализама отказа, утврђивањем расподјела унутрашњег контактнег оптерећења и носивости [6]. У присутним анализама, аутори користе аналитички и нумерички приступ при рјешавању ових проблема.

Како истраживања утицајних параметара на понашање носеће структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи зависе од могућности варирања великог броја параметара, то није могуће теоријским прорачунским методама обухватити све те параметре. Због немогућности рјешавања

математичких проблема, анализе утицајних параметара носећих структура претоварних мосних дизалица се спроводе са извјесним степеном редукције параметара.

Историјски гледано, поменуте прорачунске методе се могу анализирати од периода појаве књиге [7] од аутора А.Г. Ланга са групом аутора. Карактеристика тог периода истраживања дизалица рамног типа је, поред поменутог малог броја утицајних параметара на систем анализу, и увођење експерименталних метода у циљу верификације теоријских резултата. Дакле, увођење експерименталних метода имало је за циљ да се потврде резултати прорачунских поступака, а све у циљу верификације добијених резултата са смањеним бројем утицајних параметара.

Детаљан преглед коришћених аналитичких приступа [8, 9] нуди прорачунске моделе за утврђивање угла контакта и носивости кугличног лежаја са контактом у четири тачке и то као функције геометријских параметара контакта котрљајућих елемената и крутости саме ослоне површине.

Савремени приступи израчунавања носивости аксијално-радијалних лежајева се заснивају на Методи коначних елемената [6]. Развијање модела са великом тачношћу могу да размотре утицаје могућих грешака у геометрији стаза по којој се крећу котрљајући елементи и ослоне површине, као и учешће стварне еластичности ослоне површине. Модерне рачунарске методе [10, 11] обухватају најутицајније параметре, као што су деформације стаза, непаралелно помјерање прстена и зазори лежаја. Генерално је показано да сви ови параметри имају значајну улогу при одређивању капацитета оптерећења великих аксијално-радијалних лежајева.

Олаве и др. [12] су користили два различита начина за добијање расподјеле силе код котрљајних лежаја са контактом у четири тачке (анализа Методом коначних елемената и нове рачунске процедуре везане за утицај еластичности конструкције). Ова анализа показује да услови преношења оптерећења преко аксијално-радијалних лежајева [13, 14] зависе од односа геометријских величина елемената носеће структуре окретне платформе утоварно-истоварних колица.

Многи истраживачи су се бавили истраживањем крутости ослоног рама аксијално-радијалног лежаја и дошли до констатације да је крутост носеће конструкције кључни проблем окретне платформе утоварно-истоварних колица [15, 16].

У [16] оптимизиран је носач аксијално-радијалног лежаја који је монтиран на надземном манипулатору. Коришћењем Методе коначних елемената при прорачуну носећег рама са уведеним укрућењима формиран је носач који је омогућио равномјерност преношења оптерећења са окретног дела утоварно-истоварних колица на претоварну мосну дизалицу који је у односу на претходна извођења оптерећен равномјернијом расподјелом што је довело до смањења напонских вриједности у елементима носеће структуре утоварно-истоварних колица за 13%.

Анализирани резултати истраживања објављених у раду [17] указују да крутост носеће конструкције са укрућењима директно утиче на поузданост везе окретне платформе утоварно-истоварних колица са носећом конструкцијом претоварних мосних дизалица. Дувал и др. [18] предлажу анализу замора, узимајући у обзир сложено мултиаксијално стање напона и градијент особина материјала, усљед обраде површине шина. Недавно истраживање [19] је усмјерено на додатне факторе који утичу на положај резултујуће

силе коју обртна платформа преноси на носећу конструкцију претоварних мосних дизалица.

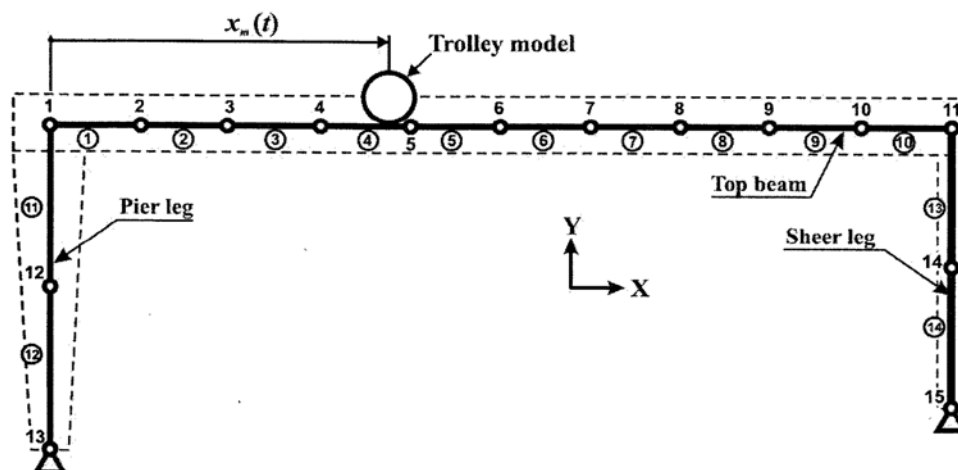
Нема пуно радова који описују утицаје геометријских параметара лежајева великих пречника на крутост. Наиме, због појаве зазора између точка носеће структуре претоварне мосне дизалице и шине долази до појаве неравномјерне расподеле вертикалних сила на носачима као и деформације носеће конструкције током експлоатације.

У дисертацији, пажња је усмјерена на стварање рачунског модела који се користи за дефинисање теоријских зависности између геометријских параметара кутијастих носача и интензитета додатних сила на носеће рамове доње конструкције. Истраживање ових односа је обављено да би се дефинисала крутост тако да деформације носеће површине лежаја не пређу препоручене вриједности. Заједно са експерименталном верификацијом добијених теоријских резултата, утврђени су и предуслови за поједностављење неких метода оптимизације [20] у пројектовању носећих конструкција са кутијастим носачима. Проблем динамичког понашања дизалица разматран је у [21]. Да би се обухватила сва оптерећења при конструисању и модернизацији дизалица са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи предлажен је општи метод динамичког прорачуна њихових металних струкура [22], на основу којег се могу прорачунати конкретне структуре дизалица као одвојени појединачни случајеви.

Сегменти истраживања динамичког понашања носећих конструкција машина грађевинске и транспортне механизације су присутни у курсевима динамике стране литературе [21, 22, 23]. Треба напоменути да се од домаћих наслова посебно истичу наслови у литератури [24, 25, 26, 27]. С обзиром на различитост намјене конструкција, машине грађевинске и транспортне механизације су изложене различитим и промјенљивим утицајима. У те утицаје треба напоменути уобичајне, који су промјенљиви само у времену [26, 28, 29], као и утицаје покретног оптерећења промјенљивих у времену и простору. [30, 31, 32]. С обзиром на еластичну везу терета са стријелом која остварује и обртно кретање, долази и до клађења терета што додатно оптерећује цијелу носећу конструкцију претоварних дизалица са утоварно-истоварним колицима. Ови утицаји су анализирани у радовима [28, 33, 34]. Треба напоменути да су неки од наведених проблема ближе дефинисани и одговарајућим стандардима [35]. Јасно је да резултати динамичке анализе носећих структура машина грађевинске и транспортне механизације имају значајну улогу и при оптимизацији попречних пресека сандучастих носача различитих извођења [20]. У првим радовима из ове области анализа је вршена на упрошћеним моделима раванског типа [36, 37]. У раду [36] Dresig је формирао равански модел који описује носећу структуру онако како је њен стварни изглед, уз јасно препознавање еластичних и крутих елемената носеће структуре. Нешто напреднији приступ у анализи носећих структура ових дизалица приказан је у раду [37]. Јасно је да се формирањем просторних модела реалније описује носећа структура претоварних дизалица [38, 39]. У раду [38] Sun Y. и Li D. су моделирали носећу конструкцију порталне дизалице у CAD-CAE окружењу како би свеобухватније примјенили коначно-елементни модел ових дизалица. Аутори рада [39] су издвајањем стријеле формирали модел како би примјеном методе коначних елемената у софтверском пакету ANSYS спровели модалну анализу формираног модела. Сви анализирани радови су представљали полазну основу за анализу носећих структура рамних дизалица као друге цјелине претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима.

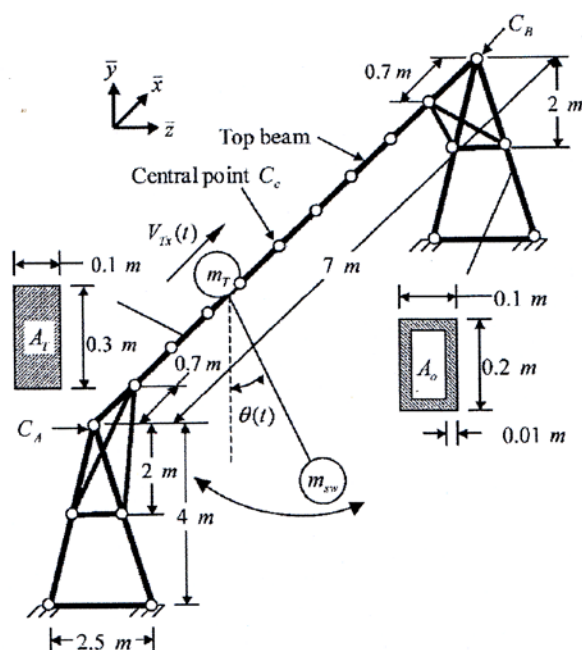


У радовима [40, 41] су за анализу носеће конструкције претоварних мосних дизалица коришћени равански модели који, иако су простијег приказа, дали резултате од значаја за даљи ток истраживања. Формирани просторни модели [42, 43, 44] пружају обухватнију анализу, мјеродавну за добијање релевантних прорачунских резултата. Аутори рада [41] су анализирали утицај покретног оптерећења код носећих структура претоварних мосних дизалица рамног типа великих носивости и брзина кретања. Усвајањем комбинованог приступа, под којим се подразумева примјена методе коначних елемената заједно са једначинама аналитичке механике, формиран је равански коначно-елементни модел рамне дизалице (слика 2.1).



Слика 2.1 – Равански коначно-елементни модел рамне дизалице [41]

Истраживање резултата динамичког одговора носеће конструкције дизалица рамног типа приказане су у раду [42]. Побуда је остварена покретним оптерећењем у вертикалној равни. Yazid, Parman и Fuad [43] су формирали просторни динамички модел при чему су претпоставили да се утоварно-истоварна колица налазе на средини распона (слика 2.2).



Слика 2.2 – Просторни коначно-елементни модел рамне дизалице [43]

У раду [45], аутори су увели већи број елемената при моделирању главног подужног носача и ногу рамне дизалице, чиме су добијени теоријски изрази за одређивање односа савојне и торзионе крутости носача сандучастог типа, као и утицај односа дужина главних носача на крутост. Из свих објављених радова чија се тематика може сврстати у подручја анализе носеће конструкције претоварних дизалица, анализирају искључиво носеће конструкције са једним главним подужним носачем. Тиме се истраживања у великој мери поједностављују, што у многоме утиче на тачност резултата истраживања, прије свега у дефинисању теоријских односа геометријских величина носача носећих структура претоварних дизалица.

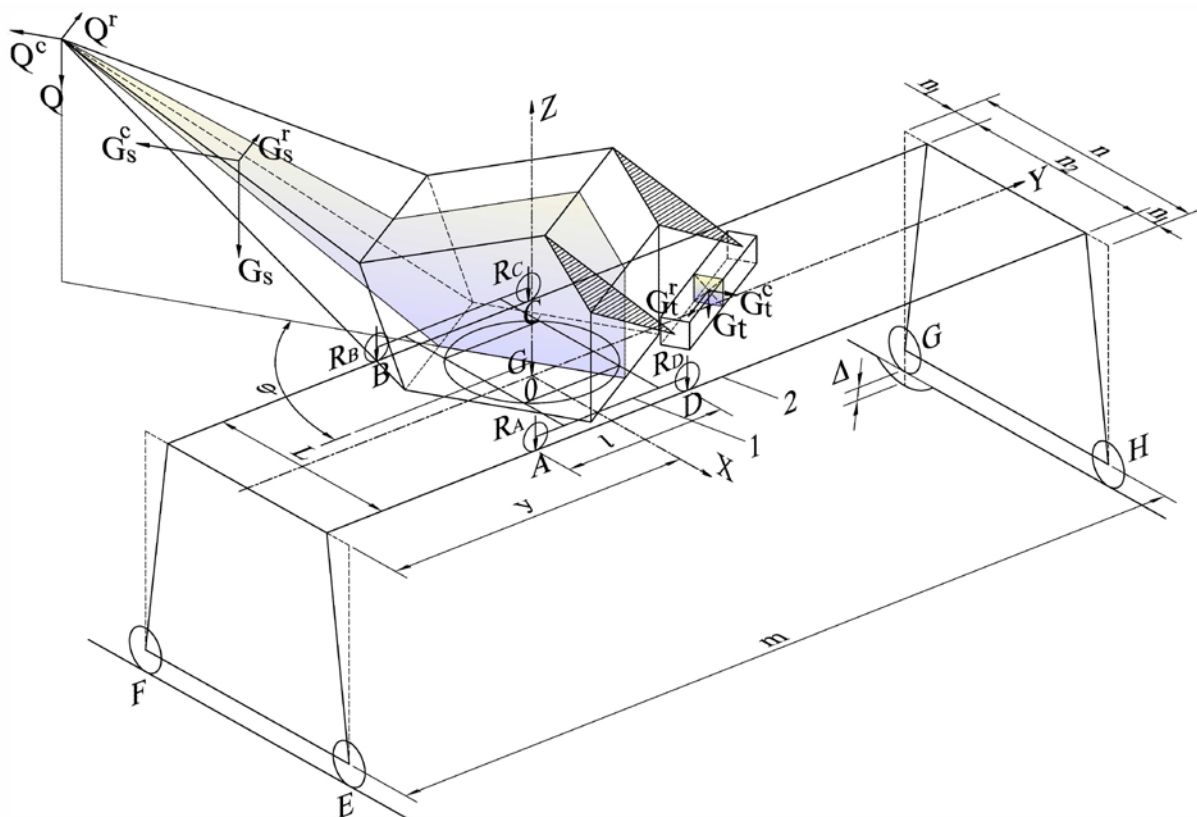
### 3. Модели носећих структура сегментних цјелина претоварних мосних дизалица са окретном платформом на утоварно-истоварним колицима

Код претоварних мосних дизалица са колицима, веза колица са окретном платформом се остварује преко аксијално-радијалног лежаја. Окретна платформа носи стријелу, на чијем врху су монтирани захватни уређаји (кука или грабилица), као и склопови и подсклопови погона за дизање терета, промјену дохвата стријеле, окретање платформе и кретање. За разлику од досадашњих рјешења у овом конструктивном извођењу су уведена два нова кретања којима се остварује:

- промјена растојања терета у односу на подужну осу главних носача ( $y$ ) и
- промјена угла равни у којој се налази стријела у односу на подужну осу главних носача ( $\varphi$ ).

Ова два нова, додатна кретања намећу потребу „раздвајања“ цјелокупног система претоварне мосне дизалице на двије цјелине (слика 3.1)

Прву цјелину чини носећа конструкција утоварно-истоварних колица (1) која на себи носи окретну платформу, која је са колицима повезана аксијално-радијалним лежајем, док другу цјелину чини рам (2) са главним подужним носачима који преко ногу и точкова преноси оптерећења на дизаличне шине.



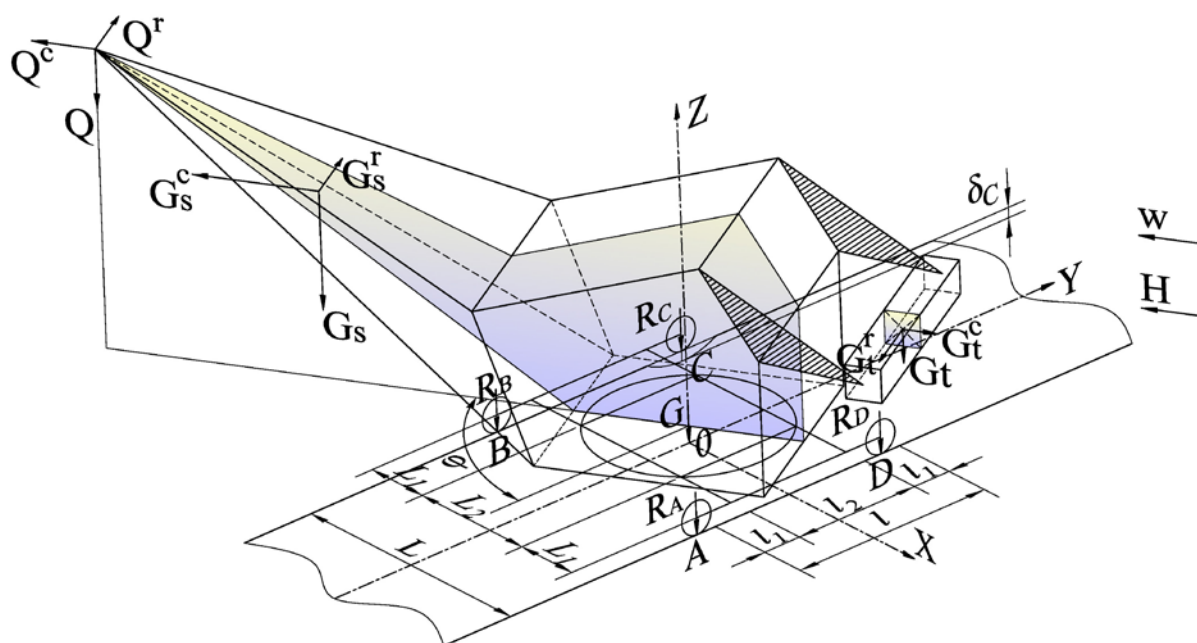
Слика 3.1 - Шематски приказ положаја утоварно-истоварних колица на претоварном мосту

### 3.1. Теоријска анализа односа геометријских величина носеће конструкције утоварно-истоварних колица

Као што је већ наведено, повећање капацитета претовара терета различитих карактеристика се наметнуло као императив у повећању ефикасности рада претоварних дизалица. Увођењем утоварно-истоварних колица код којих се веза са окретном платформом остварује аксијално-радијалним лежајем појављује се као рјешење које по свом принципском извођењу надмашује до тада примјењиване технологије претоварних радова.

Наиме, са два нова кретања дефинисана промјеном дохвата стријеле, као и промјеном угла равни у којој се налази стријела, појавила се потреба теоријске анализе утицаја параметара на величину сила притисака тачкова на шине које су постављене на горњем појасу главних подужних носача.

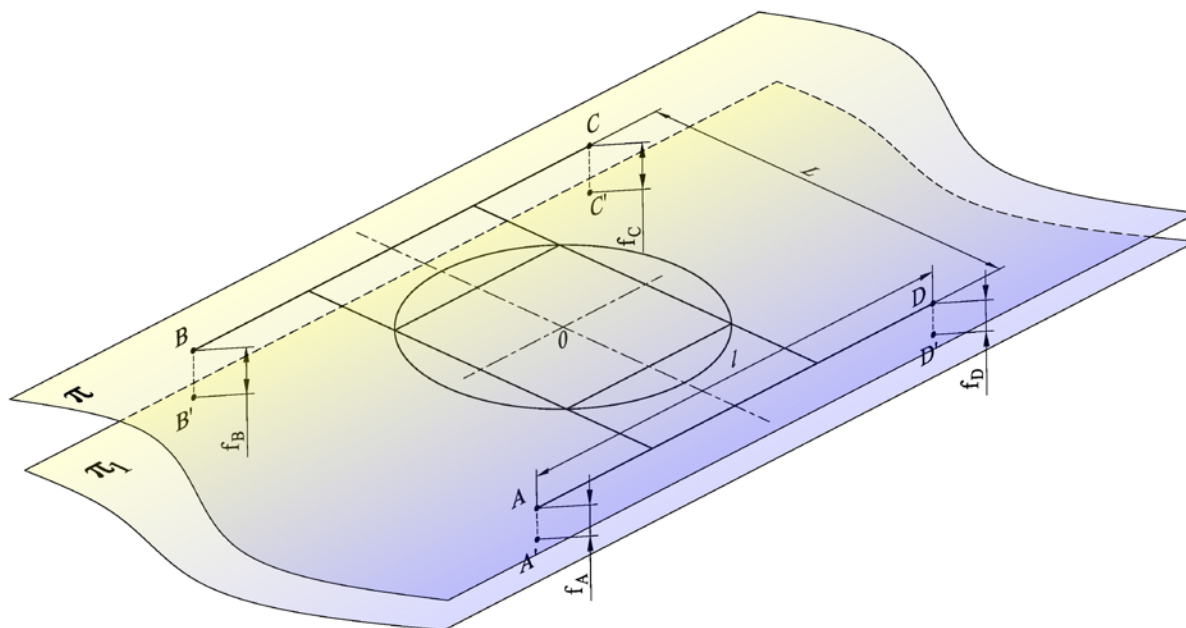
За утоварно-истоварна колица усваја се носећа конструкција, за коју се везује окретна платформа са аксијално-радијалним лежајем (слика 3.2).



Слика 3.2 - Шема носеће конструкције утоварно-истоварних колица

У теорији конструкција реалне конструкције се не прорачунавају непосредно, већ се врши њихова замјена одговарајућим моделима којима се приписују одређене геометријске и физичке карактеристике реалних конструкција.

За одређивање притиска тачкова на утоварно-истоварним колицима, при хипотези када се њихова носећа структура посматра као крута фигура, ослони тачкови из положаја ABCD (слика 3.3) прелазе у положај A'B'C'D'.



**Слика 3.3** - Положај ослонаца носећег рама утоварно-истоварних колица

Дакле, ослоњци  $ABCD$  се налазе у равни  $\pi$ , док ослоњци  $A'B'C'D'$  у равни  $\pi_1$ . Сваки од ослонаца ће се спустити за одређену величину угиба, тако да ће:

- испод ослонца  $A$  бити угиб  $f_A$
- испод ослонца  $B$  угиб  $f_B$
- испод ослонца  $C$  угиб  $f_C$  и
- испод ослонца  $D$  угиб  $f_D$

Да би сви ослоњци лежали у равни  $\pi_1$  мора бити испуњен услов паралелних страница  $A'B'$  и  $C'D'$ , односно:

$$\frac{f_A - f_B}{l} = \frac{f_D - f_C}{l} \quad (3.1)$$

Оптерећења која се преносе преко колица (слика 3.2.) су:

$G$  – тежина окретне платформе без терета и стријеле,

$G_S$  – тежина стријеле,

$G_t$  – тежина противтега,

$Q$  – вертикална компонента од терета и хватног уређаја,

$W$  – оптерећење од силе вјетра,

$G_t^r, G_s^r$  и  $Q^r$  – силе инерције изазване обртним кретањем платформе,

$G_t^c, G_s^c$  и  $Q^c$  – центрифугалне силе које дјелују на противтег, стријелу и терет

$P = G + G_S + Q + G_t$  – силе од вертикалних оптерећења окретне платформе

$H = W + G_s^c + Q^c - G_t^c$  – силе од хоризонталних оптерећења

$M = H \cdot h + P \cdot \rho$  – момент од сила  $H$  и  $P$ , при чему су  $h$  и  $\rho$  кракови сила  $H$  и  $P$

$M_{in} = Q \cdot f + G_s^r \cdot f_c + G_t^r \cdot f_t$  – момент инерције од сила инерције  $G_t^r, G_s^r$  и  $Q$ , при чему су кракови одговарајућих сила означени са  $f, f_c$  и  $f_t$ .

Ако се са  $k$  означи угиб од јединичне силе, онда је  $f_A = k \cdot R_A$ ,  $f_B = k \cdot R_B$ ,  $f_C = k \cdot R_C$  и  $f_D = k \cdot R_D$ , то се даље могу прорачунати реакције ослонаца, односно силе притисака тачкова у ослонцима А, В, С и D, при чему се узима да се средиште аксијално-радијалног лежаја поклапа са средиштем носећег рама (тачка О на слици 3.3.)

Из равотеже вертикалних сила у вертикалној равни, као и момента  $M$  са својим компонентама у равни која пролази кроз осу  $x$  и осу  $y$ , долази се до сљедећих једначина:

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{1}{4} \left( P + 2M \sin \frac{\varphi}{L} + 2M \cos \frac{\varphi}{l} \right) \\ R_B &= \frac{1}{4} \left( P - 2M \sin \frac{\varphi}{L} + 2M \cos \frac{\varphi}{l} \right) \\ R_C &= \frac{1}{4} \left( P - 2M \sin \frac{\varphi}{L} - 2M \cos \frac{\varphi}{l} \right) \\ R_D &= \frac{1}{4} \left( P + 2M \sin \frac{\varphi}{L} - 2M \cos \frac{\varphi}{l} \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

У једначинама (3.2) са  $\varphi$  је ознчен угао који заузима вертикална раван стријеле у односу на  $x$  осу (слика 3.2). Због угиба главних носача, неки од ослоних тачкова ће се спустити за величину  $\delta$ , па се стварне реакције ослонаца одређују из једначине:

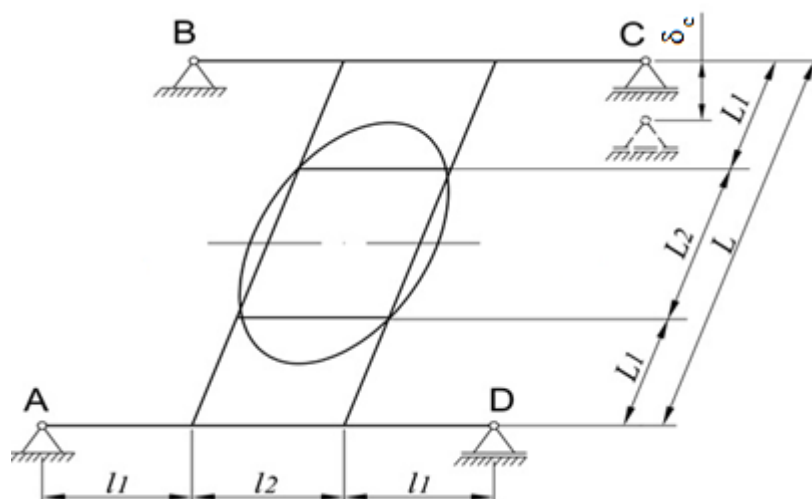
$$R = R_k \pm c\delta \quad (3.3)$$

гдје су са  $R_k$  означене реакције ослонаца одређене из једначине (3.2), а са  $c$  крутост утоварно-истоварних колица. Знак (-) у једначини (3.3) се односи на дијагоналне ослонце са зазором, а знак (+) за друга два ослонца.

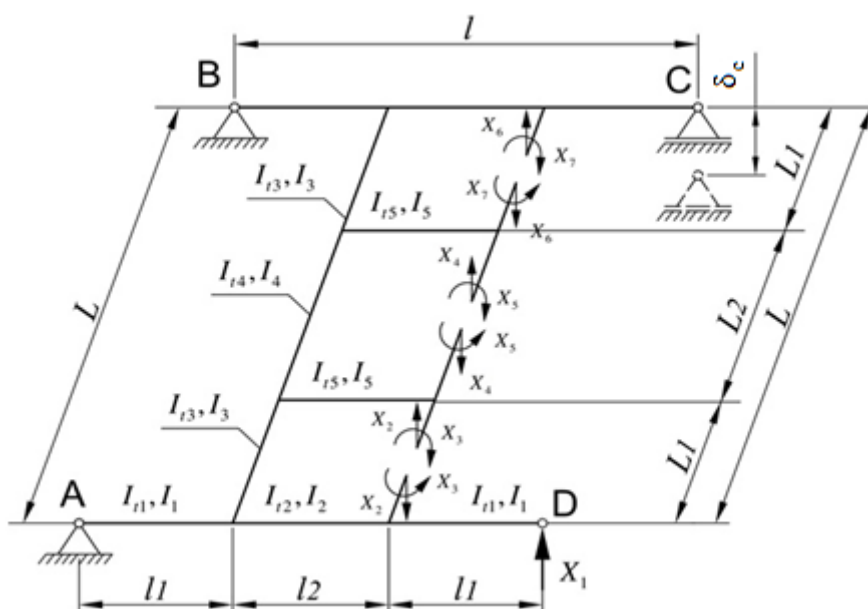
Сва досадашња истраживања у циљу одређивања крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица су се углавном спроводила теоријским и експерименталним путем [45, 46].

У истраживањима [46] из анализе су искључени утицаји односа геометријских величина носача носећих рамова на величину допунских сила у ослонцима који су резултат еластичних деформација оптерећених колица при појави зазора  $\delta$  испод једног од тачкова.

Ако се претпостави да се ослонац С носеће конструкције утоварно-истоварних колица спусти за величину  $\delta_c$ , основи прорачунски модел носеће конструкције утоварно-истоварних колица приказан је на слици 3.4.



Слика 3.4 - Моделски приказ носеће конструкције утоварно-истоварних колица са укрућењима и зазором испод ослонца C



Слика 3.5 - Основни прорачунски модел

Моделски приказ носеће конструкције са попречним укрућењима указује да њена ослона површина мора бити додатно укрућена са носачима на растојању  $L_1$  од ослонца BC и AD. На тај начин, се у ствари формира крута основа за коју се везује аксијално-радијални лежај, а са горње стране за платформу. Само на тај начин се преношење оптерећења са окретне платформе може поуздано остварити преко аксијално-радијалног лежаја на носећу конструкцију утоварно-истоварних колица и даље на подужне носаче моста и ноге дизалице. Спроведене анализе вршене су у радовима [45, 47, 48].

### 3.2. Носеће конструкције утоварно-истоварних колица

На основу моделског приказа носеће конструкције утоварно-истоварних колица са укрућењима (слика 3.4), може се формирати прорачунски модел (слика 3.5). Спуштање једног од ослонца, на примјер C, за величину  $\delta_c$  (слика 3.2) зависи од положаја

утоварно-истоварних колица у односу на попречни носач који повезује главне подужне носаче са чеоних страна. Спуштање ослонца С, при неравнини дизаличне стазе одначене са  $\Delta$  (слика 3.1), директно зависи од величине зазора испод ослонца G.

Ако се спуштање ослонца С утоварно-истоварних колица при неравнини дизаличне стазе означи  $\delta_c^y$ , онда постоји слједећа зависност:

$$\delta_c^y = \frac{\Delta(n_1 + n_2)(y + l)}{m \cdot n} \quad (3.4)$$

гдје су:

$\Delta$  – висина неравнине дизаличне стазе испод ослонца G,

$n_1$  – препусти чеоних носача,

$n_2$  – растојање између главних подужних носача носеће конструкције претоварног моста,

$y$  – текући положај утоварно-истоварних колица,

$l$  – дужина подужног носача утоварно-истоварних колица, односно растојање од тачкова утоварно-истоварних колица у правцу кретања,

$m$  – растојање тачкова претоварног моста нормално на правац кретања (распон моста),

$n$  – растојање тачкова претоварног моста у правцу кретања

Види се (слика 3.1) да је:

$$n = 2n_1 + n_2 \quad (3.5)$$

Такође и код утоварно-истоварних колица може се написати да је (слика 3.2):

$$l = 2l_1 + l_2 \quad (3.6)$$

као и :

$$L = 2L_1 + L_2 \quad (3.7)$$

Због захтјева правилне функције аксијално-радијалног лежаја, код носеће структуре утоварно-истоварних колица усваја се зависнот:

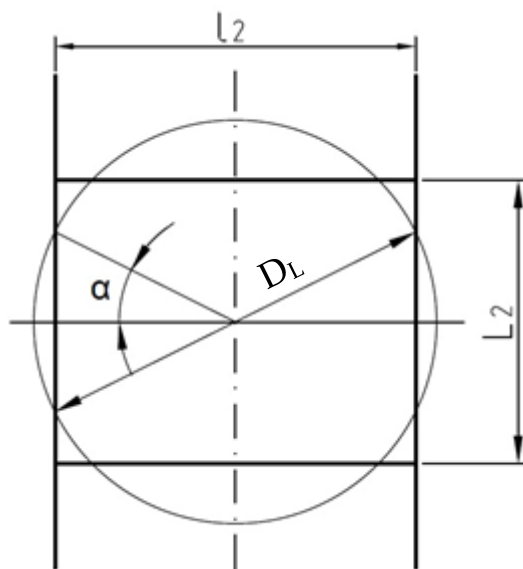
$$l_2 = L_2 = D_L \cos \alpha \quad (3.8)$$

гдје су:

$D_L$  – пречник путање котрљајних тијела лежаја,

$\alpha$  – угао тачака контакта ослоне базе попречних укрућења носеће конструкције утоварно-истоварних колица (слика 3.6).





Слика 3.6 - Растојања између подужних и попречних укрућења носеће конструкције утоварно-истоварних колица

## 4. Канонске једначине и њихово рјешавање

При спуштању ослонца С за величину  $\delta_c$  (слика 3.2.), која зависи од положаја утоварно-истоварних колица, основни систем у том случају добија вид као на слици 3.4., гдје је умјесто ослонца D уведена непозната  $X_1$ . Канонске једначине за систем приказан на слици 3.5. гласе:

$$A\bar{X} = \bar{\delta}_c \quad (4.1)$$

гдје су:

$A$  – квадратна матрица састављена од утицајних коефицијената  $a_{ik}$ ,

$\bar{X}$  – вектор колоне непознатих сила и момената,

$\bar{\delta}_c$  – вектор колоне помјерања у вертикалном правцу.

Односно:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{17} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{27} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{37} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & \cdot & \cdot & \cdot & a_7 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_7\}^T$$

$$\bar{\delta}_c = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_7\}^T$$

За рјешавање система једначина (4.1), неопходно је одредити чланове квадратне матрице, односно утицајне коефицијенте  $a_{ik}$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, 7; k = 1, 2, 3, \dots, 7$ ). Њих је могуће одредити коришћењем Максвел-Моровог интеграла [49, 50]. Максвел-Моров интеграл у општем случају има облик:

$$a_{ik} = \int_l \frac{M_{tk} \cdot M_{ti}}{GI_t} dz + \int_l \frac{M_{zk} \cdot M_{zi}}{EI_z} dz + \int_l \frac{M_{xk} \cdot M_{xi}}{EI_x} dz + \int_l \frac{N_k \cdot N_i}{EA} dz + \int_l \frac{K_z Q_{zk} Q_{zi}}{GA} dz + \int_l \frac{K_y Q_{yk} Q_{yi}}{GA} dz \quad (4.2)$$

Коефицијенти  $K_z$  и  $K_y$  зависе од облика попречног пресека, као и технологије његове израде. За попречне пресеке носача сандучастог типа, какви се примјењују у носећим

структурама претоварних мостова, а остварују се технологијом заваривања, коефицијенти  $K_z$  и  $K_y$  имају вриједност 1.

Имајући у виду да носећа структура утоварно-истоварних колица скоро да није изложена напрезањима на затезање, смицање и савијање у хоризонталној равни, израз 4.2 за даљи ток истраживања ће имати сљедећи вид:

$$a_{ik} = \int_l \frac{M_{zk} \cdot M_{zi}}{GI_t} dx + \int_l \frac{M_{xk} \cdot M_{xi}}{EI_x} dx \quad (4.3)$$

Формирањем моментних дијаграма од јединичних сила  $X_1, X_2, X_4, X_6$  и момената  $X_3, X_5, X_7$  (слика 3.5) и интегралњем по цијелој контури, добијају се утицајни коефицијенти  $a_{ik}$ .

За разматрани случај, изрази за  $a_{ik}$  ће гласити:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 4l_1^3 / 3EI_1 + 2l_1l_2^2 (1 + l_1 / l_2 + l_2 / 3l_1) / EI_2 + 2L_1l_2 / GI_{t3} + L_2l_2 / GI_{t4} \\ a_{22} &= l_2^3 / 3EI_2 + L_1^3 / 6EI_3 + L_1^2l_2 / 4GI_{t2} + L_1l_2^2 / 4GI_{t5} + l_2^3 / 3EI_5 \\ a_{33} &= l_2 / EI_2 + l_2 / EI_5 + 2L_1 / GI_{t3}; a_{44} = 2l_2^3 / 3EI_5 + L_2^3 / 6EI_4 + L_2^2l_2 / 2GI_{t5} \\ a_{55} &= 2l_2 / EI_5 + 2L_2 / GI_{t5}; a_{66} = l_2^3 / 3EI_2 + l_2^3 / 3EI_5 + L_1^3 / 6EI_3 + L_1^2l_2 / 4GI_{t2} + L_1l_2^2 / 4GI_{t5}; \\ a_{77} &= l_2 / EI_2 + l_2 / EI_5 + 2L_1 / GI_{t3}; a_{12} = l_2^2 (3l_1 + 2l_2) / 6EI_2; a_{13} = -L_1l_2 / GI_{t3}; \\ a_{14} &= 0; a_{15} = -L_2l_2 / GI_{t4}; a_{16} = l_2^2 (3l_1 + 2l_2) / 6EI_2; a_{17} = -l_2 (2l_1 + l_2) / 2EI_2 - L_1l_2 / GI_{t3}; \\ a_{23} &= -l_2^2 / 2EI_2 - l_2^2 / 2EI_5; a_{24} = -l_2^3 / 3EI_5 + L_1l_2L_2 / 4GI_{t5}; a_{25} = l_2^2 / 2EI_5; a_{26} = a_{27} = 0; \\ a_{34} &= l_2^2 / 2EI_5; a_{35} = l_2 / EI_5; a_{36} = a_{37} = 0; a_{45} = -l_2^2 / EI_5; a_{46} = -l_2^3 / 3EI_5 + L_1l_2L_2 / 4GI_{t5}; \\ a_{47} &= l_2^2 / 2EI_5; a_{56} = l_2^2 / 2EI_5; a_{57} = -l_2 / EI_5; a_{67} = -l_2^2 / 2EI_5 - l_2^2 / 1EI_2 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

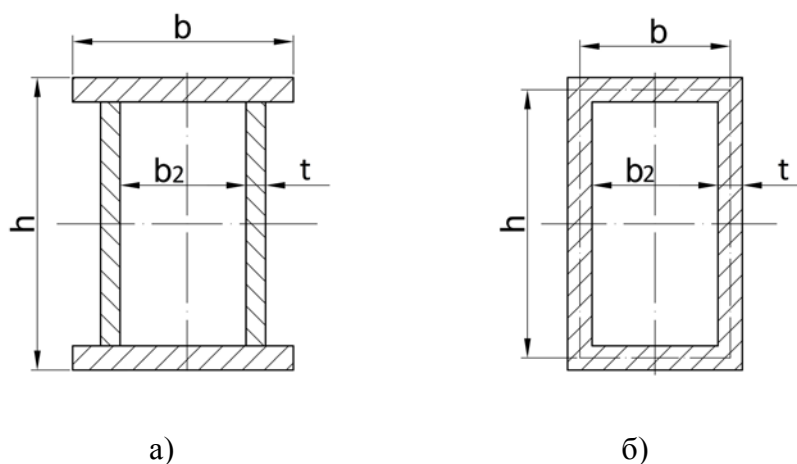
Анализом израза (4.4) види се да се у њима налазе савојне ( $EI_x$ ) и торзионе ( $GI_t$ ) крутости. Повезивањем тих крутости успоставила би се теорисјка зависност између њих, чиме би дошло до поједностављења израза (4.4).

## 5. Теоријске зависности односа савојне и торзионе крутости носача сандучастог типа

Попречни пресједи носача носеће структуре претоварних мосних дизалица су кутијастог типа, а различитих извођења (слика 5.1), као што су:

- кутијаста пресједи са хоризонталним лимовима дужим од растојања између вертикалних лимова (слика 5.1,а), што повољно утиче на технологију израде,
- кутијаста пресједи са дужинама хоризонталних лимова једнаких ширини вертикалних лимова (слика 5.1,б). После њиховог заваривања остварују се заобљени спојеве хоризонталних и вертикалних лимова.

У овим истраживањима анализиран је случај извођења носача сандучастог типа са поравнатим ивицама појасних лимова и ножицама (слика 5.1,б).



Слика 5.1 - Носачи сандучастог типа израђени од челичних лимова

С обзиром да динамичка оптерећења претоварних мосних дизалица дјелују у вертикалној равни, то су носеће структуре утоварно-истоварних колица, као и носеће конструкције моста претоварних дизалица изложене напрезањима не само на савијање него и торзију, поготово што ослонци носећих конструкција утоварно-истоварних колица и моста претоварних дизалица не леже у истој равни.

### 5.1. Карактеристични параметри сандучастих носача

Веза окретне платформе и носеће конструкције утоварно-истоварних колица се у задње вријеме остварује аксијално-радијалним лежајем који, такође, захтјева одговарајућу хоризонталност површине за коју се везује лежај. Значај наведених веза посебно долази до изражаја код машина које своју главну функцију остварују преко окретне платформе.

Проблемом дефинисања карактеристичних параметара попречних пресјека носача сандучастог типа (слика 5.1), као и њихових међусобних параметара при којима носачи тог типа дају минималну површину попречног пресјека за дефинисану носивост, бавили су се истраживачи чији су резултати истраживања објављени у радовима [51, 52].

Истраживање основних поставки геометријских величина елемената носећих конструкција утоварно-истоварних колица у многостручној зависи од броја увођења утицајних параметара. Како није могуће теоријским прорачунским методама обухватити све те параметре, због немогућности изнајмавања рјешења математичких проблема, то се врло често анализе спроводе са извјесним степеном редуције и ограничења тих параметара. Тај поступак не иде у прилог комплексној анализи разматраног проблема, али омогућава успостављање и дефинисање теоријских зависности одговарајућих геометријских величина и карактеристика носеће конструкције [53], не нарушавајући при томе општост разматраног проблема.

Јасно је да се таквим приступом смањује број утицајних параметара, али све док грешке учињене при тим апроксимацијама не прелазе 10% од вриједности истражених резултата са већим бројем утицајних параметара, истраживачки резултати се могу прихватити као реални.

Елементи носеће структуре утоварно-истоварних колица који су са окретном платформом повезани са аксијално-радијалним лежајем састављени су од носача сандучастог типа. Увођењем тих типова носача као саставних елемената носеће структуре утоварно-истоварних колица неминовно захтјева нава истраживања и дефинисање услова при којима ће претоварне носне дизалице са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи поуздано и дуготрајно обављати функцију претоварних радова великих капацитета.

За одређивање потребних параметара при пројектовању носеће структуре утоварно-истоварних колица, неопходан је развој нових аналитичко-нумеричких и експерименталних метода. Ове методе, с обзиром на ширину проблема који се истражује као и броја различитих носача, морају да посједују и одређен степен генералности. Основа геометрије носеће структуре утоварно-истоварних колица зависи, прије свега, од пречника аксијално-радијалног лежаја. За пречнике до 1000 mm, носећа конструкција утоварно-истоварних колица се по правилу формира без додатних укрупњења постављених између попречних носача. За веће пречнике лежаја (од 1200 mm па навише), какав је углавном случај код претоварних мостова чији се распони крећу од 30m до 100m и више, носећа структура утоварно-истоварних колица има и додатне носаче ради додатног укрупњења.

## **5.2. Дефинисање односа момената инерције при савијању и торзији сандучастих носача**

Као што је наведено, оптерећења са окретне платформе на носећу конструкцију утоварно-истоварних колица, која је састављена од носача сандучастог типа (слика 5.1) изазивају напрезања на савијање и торзију носеће конструкције утоварно-истоварних колица. Зато је од изузетног значаја у теоријском и практичном смислу дефинисати однос крутости на савијање и торзију. Означе ли се савојна и торзиона крутост сандучастих носача са  $(EI_x)$  и  $(GI_t)$ , онда њихов однос зависи од  $(I_x/I_t)$ , јер је [54]:

$$E=2(1+\nu)G \quad (5.1)$$

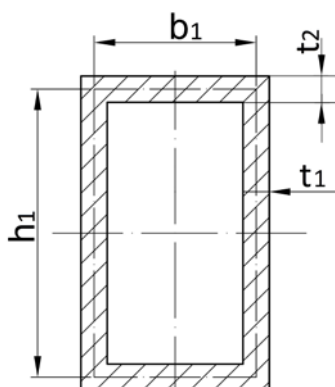
гдје је:

$\nu$  – Пуасонов коефицијент

Израдом сандучастих носача (слика 5.1) који се примјењују код носеће конструкције утоварно-истоварних колица, остварују се пресјечи и са промјенљивим дебљинама вертикалних и хоризонталних лимова.

За попречни пресјек носача сандучастог типа (слика 5.2.), може се за осу  $x$  одредити момент инерције који гласи:

$$I_x = 2 \frac{t_1 (h + t_2)^3}{12} + 2 \left[ \frac{(b - t_1) \cdot t_2^3}{12} + t_2 (b - t_1) \frac{h^2}{4} \right] \quad (5.2)$$



**Слика 5.2** - Попречни пресјек носача сандучастог типа носеће конструкције утоварно-истоварних колица са промјенљивим дебљинама лимова

Ако се први члан у средњој загради занемари, као мала величина у односу на други члан у истој загради, и ако се усвоји да су дебљине хоризонталних лимова  $t_2$  и дебљине појасних лимова  $t_1$  једнаке, тј. ако је  $t_1 = t_2 = t$ , израз за момент инерције (5.2) добија сљедећи вид:

$$I'_x = \frac{t(h+t)^3}{6} + \frac{(b-t) \cdot th^2}{2} \quad (5.2, a)$$

Развијањем израза (5.2,a), појавиће се чланови са  $t^3$  и  $t^4$ , који се могу занемарити као мале величине вишег реда, долази се до сажетог, за инжењерску праксу и даљу теоријску анализу прихватљивог, израза за момент инерције попречног пресјека сандучастог типа:

$$I'_x = \frac{bh^2}{2} \left( \frac{h}{3} + b \right) \quad (5.3)$$

Ако се однос  $h/b$  означи са коефицијентом  $k$ , тј. ако је:

$$k = \frac{h}{b} \quad (5.4)$$

израз (5.3) се може написати као:

$$I'_x = \frac{k^2 t b^3}{6} (k + 3) \quad (5.5)$$

Момент инерције  $I_t$  при торзији сандучастог носача дефинисан је изразом [56]:

$$I_t = \frac{4}{\oint \frac{ds}{\delta}} A^2 \quad (5.6)$$

гдје је:

$A = b \cdot h$  - површина пресека носача сандучастог типа, омеђена осним линијама појасних и вертикалих лимова.

За случај да су дебљине лимова дуж висине и ширине сандучастог носача константне, израз (5.6) се трансформише и добија следећи вид:

$$I_t = \frac{2b^2 h^2 t_1 t_2}{bt_2 + ht_1}, \quad (5.7)$$

који се за  $t_1 = t_2 = t$  и  $h = kb$ , прелази у следећи:

$$I_t = \frac{2k^2 b^3 t}{1+k} \quad (5.7,a)$$

Ако се жели извршити комплетна анализа утицаја промјене геометријских карактеристика на однос савојне и торзионе крутости, поред односа (5.4), мора се извршити и анализа утицаја промјене дебљине појасних и вертикалних лимова на тражени однос.

Увођењем односа дебљина појасних ( $t_2$ ) и вертикалих ( $t_1$ ) лимова, у ознаци  $\lambda$ , добија се:

$$\lambda = \frac{t_2}{t_1} \quad (5.8)$$

Сада се израз за момент инерције попречног пресека носача сандучастог типа може написати као:

$$I_{x\lambda} = t_1 b^3 \frac{k^2(3\lambda + k)}{6} = t_1 b^3 A_{\lambda k} \quad (5.9)$$

гдје је:

$$A_{\lambda k} = \frac{k^2(3\lambda + k)}{6}$$

Торзиони момент инерције ће имати следећи вид:

$$I_{t\lambda} = t_1 b^3 \frac{2k^2 \lambda}{k\lambda + 1} = t_1 b^3 B_{\lambda k} \quad (5.10)$$

гдје је:

$$B_{\lambda k} = \frac{2k^2 \lambda}{k\lambda + 1}$$

Формирањем однос  $I_{x\lambda} / I_{t\lambda}$  добија се:

$$\frac{I_{x\lambda}}{I_{t\lambda}} = \frac{(3\lambda + k) \cdot (k\lambda + 1)}{12\lambda} = i_\lambda \quad (5.11)$$

Из зависности (5.11) се види да однос момената инерције попречног пресека носача сандучастог типа при савијању и торзији зависи како од промјене односа висине и ширине носача (дефинисан коефицијентом  $k$ ), тако и од промјене односа дебљина појасних и вертикалних лимова носача (дефинисан коефицијентом  $\lambda$ ). Значајно је, у даљој анализи одредити промјену зависности  $I_{x\lambda} / I_{t\lambda} = i_\lambda$  (5.11) у функцији промјене коефицијента  $k$  и  $\lambda$ . Вриједност коефицијента  $\lambda$ , за коју израз (5.11) има минималну вриједност одредиће се из услова када се први извод  $i_\lambda$  по  $\lambda$  изједначи са нулом:

$$\frac{d}{d\lambda} \frac{I_{x\lambda}}{I_{t\lambda}} = \frac{d}{d\lambda} i_\lambda = 0$$

Послије замјене вриједности за  $I_{x\lambda}$  и  $I_{t\lambda}$  и извршењем операције диференцирања по  $\lambda$ , добија се једначина:

$$3\lambda^2 - 1 = 0 \quad (5.12)$$

Рјешавањем једначине (5.12) долази се до позитивног корјена за који наведена једначина има минималну вриједност:

$$\lambda = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (5.13)$$

Табеларне вриједности зависности (5.11) у функцији коефицијената  $k$  и  $\lambda$ , за вриједности коефицијената:

$$k=1,0; 1,5; 2,0; 2,5 \text{ и } 3,0 \quad (5.14)$$

и вриједности коефицијента

$$\lambda=1,0; 1,3 \text{ и } 1,5 \quad (5.15)$$

дате су у табели 5.1.

**Табела 5.1** – Функционална зависност  $I_{x\lambda} / I_{t\lambda} = f(k, \lambda)$

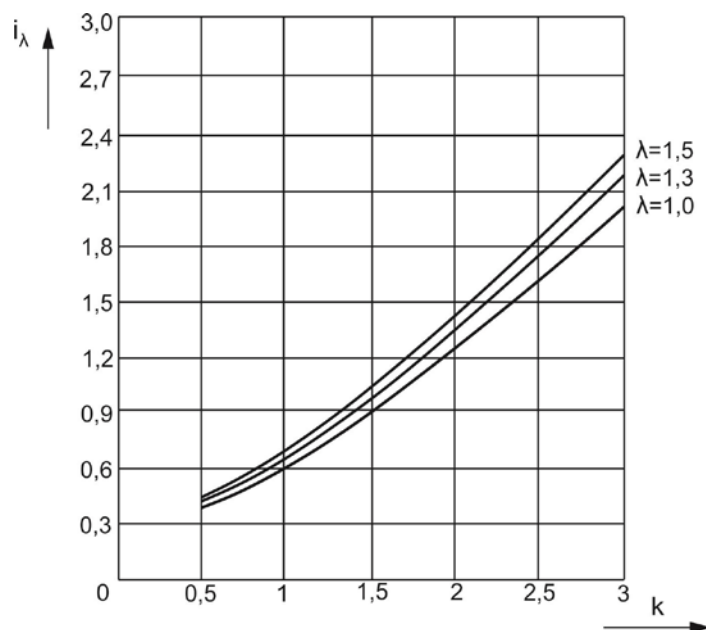
		$k$				
		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$\frac{I_{x\lambda}}{I_{t\lambda}}$	$\lambda = 1,0$	0,666	0,937	1,250	1,604	2,000
	$\lambda = 1,3$	0,724	1,025	1,366	1,749	2,175
	$\lambda = 1,5$	0,763	1,083	1,444	1,847	2,291

За вриједност коефицијента  $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , израз (5.11) има минималну вриједност која износи:



$$i_{(\lambda=\sqrt{3}/3)} = \frac{I_{x\lambda}}{I_{t\lambda}} = \frac{(k + \sqrt{3})^2}{12} \quad (5.16)$$

Графички приказ израза (5.16) дат је на слици 5.3.



Слика 5.3 - Графички приказ зависности  $i_\lambda = f(k, \lambda = \text{const})$

Треба напоменути да се вриједности коефицијента  $\lambda$  код до сада изведених носача сандучастог типа крећу у границама  $\lambda=1,0$  до  $\lambda=1,5$ . Најчешће, вриједност за коефицијент  $\lambda$  износи [55]:

$$\lambda = 1,3 \quad (5.17)$$

Разлог за ову констатацију лежи у чињеници да се повећањем дебљине појасних лимова, долази до повећања отпорног момента при савијању носача сандучастог типа, као и због технолошких разлог при заваривању.

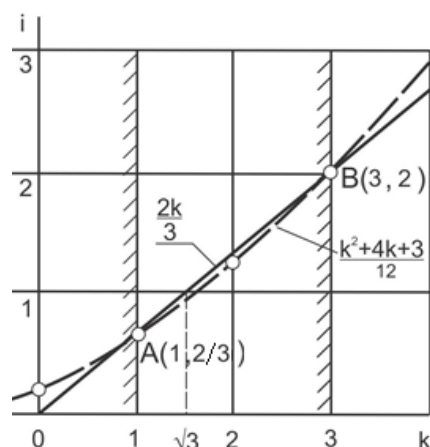
Није тешко примјетити да се за случај  $t_1=t_2=t$ , односно за вриједност коефицијента  $\lambda=1,0$ , долази до израза за однос момената инерције при савијању и торзији који гласи:

$$\frac{I_x}{I_t} = \frac{k^2 + 4k + 3}{12} = i \quad (5.11,a)$$

У овом случају однос момената инерције при савијању и торзији зависи од односа висине и ширине попречног пресека сандучастог типа, дефинисан коефицијентом  $k$ . Та зависност има облик параболе са положеним гранама. Ако се изврши линеаризација десне гране параболе (слика 5.4), за вриједности коефицијента  $k=1,0$  до  $3,0$ , онда повлачењем праве кроз тачке на параболу А(3;2) и В(1;2/3), добија се (слика 5.4):

$$i = \frac{2}{3}k \quad (5.18)$$

На овај начин израз (5.11.a) прелази у сасвим прихватљив облик, односно доста је поједностављен, а грешка учињена овом апроксимацијом је мала и не прелази 6,29% (табела 5.2).

Слика 5.4 - Графичка зависност  $i = f(k, k = 1,0 \div 3,0)$ Табела 5.2 – Процентуално одступање тачних вриједности  $I_x / I_t$  од приближних вриједности  $I'_x / I_t$ 

$\delta$ (с)	$k$	Тачне вриједности			Приближне вриједности			$\frac{2}{3}k$	$p$ [%]
		$I_x$	$I_t$	$I_x / I_t$	$I'_x$	$I'_x / I_t$	$i$		
		1	2	3	4	5	6	7	8
0,8	1,0	536,7	800,0	0,671	533,3	0,993	0,666	0,666	0,64
	1,5	2354,7	1440,0	0,940	1350,0	0,996	0,937	1,000	-6,29
	2,0	2672,6	2133,3	1,252	2666,6	0,997	1,250	1,333	-6,42
	2,5	4590,6	2857,1	1,606	4583,3	0,998	1,600	1,666	-3,73
	3,0	7208,5	3600,0	2,002	7200,0	0,998	2,000	2,000	0,11
1,0	1,0	673,3	1000,0	0,673	666,6	0,990	0,666	0,666	0,99
	1,5	1696,6	1800,0	0,942	1687,5	0,994	0,937	1,000	-6,09
	2,0	3345,0	2666,6	1,254	3333,3	0,996	1,250	1,333	-6,29
	2,5	5473,3	3571,4	1,608	5729,1	0,997	1,604	1,666	-3,64
	3,0	9016,6	4500,0	2,000	9000,0	0,998	2,000	2,000	0,18
1,2	1,0	811,5	1200,0	0,676	800,0	0,985	0,666	0,666	1,42
	1,5	2040,8	2160,0	0,944	2025,0	0,992	0,937	1,000	-5,83
	2,0	4020,2	3200,0	1,256	4000,0	0,994	1,250	1,333	-6,13
	2,5	6899,5	4285,7	1,609	6875,2	0,996	1,600	1,666	-3,52
	3,0	10828,8	5400,0	2,005	10800,0	0,997	2,000	2,000	0,26
1,4	1,0	951,6	1400,0	0,679	933,3	0,989	0,666	0,666	1,92
	1,5	2387,6	2520,0	0,947	2362,5	0,989	0,937	1,000	-5,54
	2,0	4698,7	3733,3	1,258	4666,6	0,993	1,250	1,333	-5,94
	2,5	8059,7	5000,0	1,610	8020,0	0,995	1,600	1,666	-3,39
	3,0	12645,7	6300,0	2,007	12600,0	0,996	2,000	2,000	0,36

Поред ове анализе, може се коришћењем софтверског пакета Matlab извршити одређивање зависности односа момената инерције при савијању и торзији носача сандучастог типа, јер та зависност представља фамилију функција у зависности од параметра  $k$ . У циљу замјене дате фамилије функција линеарним полиномом по параметру  $k$ , коришћењем уграђених алата за апроксимацију за задати први степен полинома, дефинисан је скуп уређених парова  $(k, i)$ , приказаних у табели Т.5.3 са кораком 0,25 за  $k$ , у интервалу од 1,0 до 3,0, за који се тражи аналитичка зависност у облику линеарног полинома који даје најмања одступања.

**Табела 5.3** – Функционална зависност  $i = i(\lambda = 1, 0, k)$ 

Референтна тачка	$k$	$i = i(\lambda = 1, 0, k)$
1	1.00	0.6666667
2	1.25	0.796875
3	1.50	0.9375
4	1.75	1.0885417
5	2.00	1.25
6	2.25	1.421875
7	2.50	1.6041667
8	2.75	1.796875
9	3.00	2

У табели 5.4. дата су релативна одступања у одговарајућим тачкама код апроксимације полинома првог степена.

**Табела 5.4** – Релативна одступања тачака код апроксимације полинома првог степена

Референтна тачка	$k$	Релативна грешка апроксимације [%]
1	1.00	-7.2917
2	1.25	-1.5251
3	1.50	1.4815
4	1.75	2.7113
5	2.00	2.7778
6	2.25	2.0757
7	2.50	0.8658
8	2.75	-0.6763
9	3.00	-2.4306

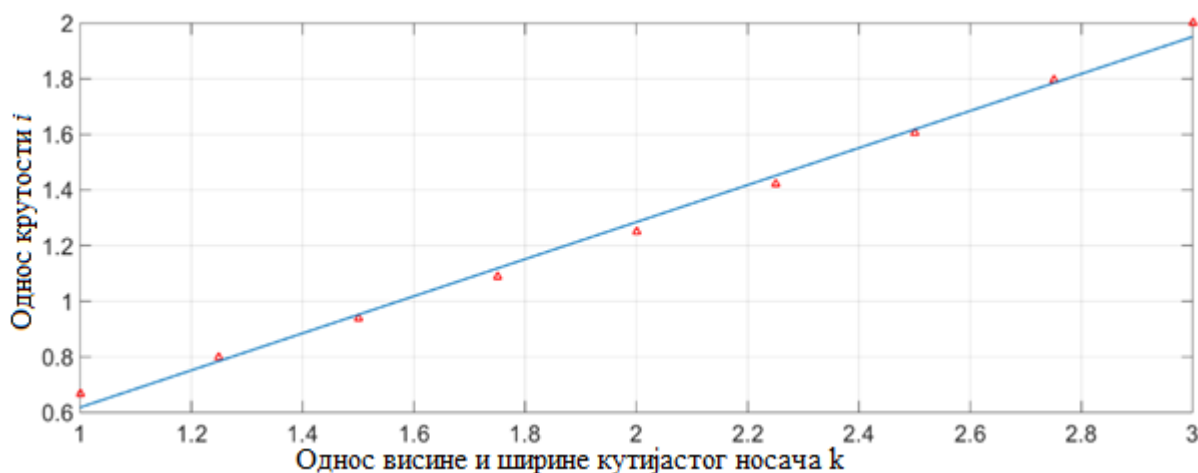
За задати први степен полинома добијена је зависност у облику [45]:

$$i = i(k) = 0,6667k - 0,048 \quad (5.19)$$

Занемаривањем слободног члана у изразу (5.19), наведени израз добија сљедећи облик:

$$i = i(k) = 0,6667k \approx \frac{2}{3}k \quad (5.19,a)$$

На слици 5.5. дат је графички приказ апроксимације односа мамената инерције пресека сандучастог типа при савијању и торзији.



Слика 5.5 - Графички приказ апроксимације полинома првог степена

### 5.3. Успостављање односа савојне и торзионе крутости

Сада се може успоставити релација између савојне и торзионе крутости код попречних пресека сандучастог типа:

$$EI_x = \frac{4}{3}(1+\nu) \cdot k \cdot GI_t$$

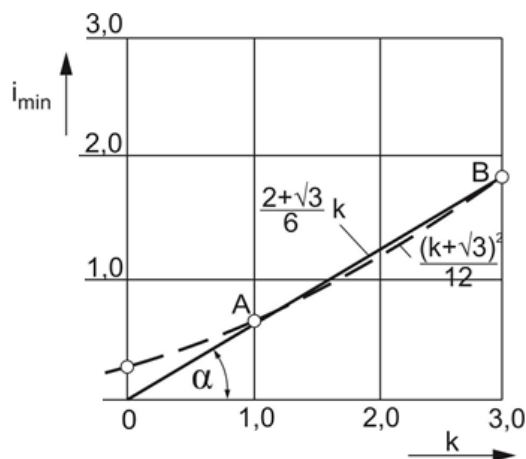
Као што је наведено, Пуасонов коефицијент за челик износи  $\nu=0,3$  [56], па је:

$$EI_x / GI_t = \sqrt{3}k \quad (5.20)$$

За вредност коефицијента  $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{3}$  израз (5.13) има минималну вредност:

$$i_{\lambda \min} = (I_{x\lambda} / I_{t\lambda})_{\min} = \frac{(k + \sqrt{3})^2}{12} \quad (5.21)$$

Њен графички приказ је дат на слици 5.6. Користећи се сличном методологијом, која је спроведена за носач сандучастог типа при  $\lambda=1$ , може се извршити линеаризација дијела параболе дефинисаног позитивним вредностима коефицијента  $k$ .



Слика 5.6 - Графички приказ зависности  $i_{\lambda \min} = f(k, \lambda = \sqrt{3}/3)$

Коефицијент правца праве која пролази кроз тачке  $A \left[ 1, \frac{(1+\sqrt{3})^2}{12} \right]$  и  $B \left[ 3, \frac{(3+\sqrt{3})^2}{12} \right]$  има

вриједност  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2+\sqrt{3}}{6} \approx 0,622$ , па се умјесто израза (5.21) може користити сљедећи:

$$i_{\lambda \min} \approx \frac{2+\sqrt{3}}{6} k \approx 0,622 k \quad (5.22)$$

Овај израз је нешто поједностављен, а грешка учињена овом линеаризацијом није велика, највећа је за вриједност коефицијента  $k = \sqrt{3}$  и износи мање од 7%.

Сада се може успоставити однос између крутости на савијање и торзију, када исти има минималну вриједност:

$$\frac{EI_{x(\lambda=\sqrt{3}/3)}}{EI_{t(\lambda=\sqrt{3}/3)}} = 2 (1+\nu) \frac{2+\sqrt{3}}{6} k \approx 1,617 k \quad (5.23)$$

Израз  $i_{\lambda}$  (5.11) садржи у себи коефицијенте  $k$  и  $\lambda$ , који су спрегнути међусобно. Уношењем истог у изразе за утицајне коефицијенте учинили би их још гломазнијим, па се намеће захтјев за дефинисање истог у сажетијем облику.

Као што је наведено, параметар  $\lambda$  се креће у границама од 1,0 до 1,5 [55], док се параметар односа висине и ширине кутијастог попречног пресека  $k$  креће у границама од 1,0 до 3,0. Наведена функција има неповољан облик са аспекта диференцирања, па ће се потражити функционална апроксимација ове зависности у повољнијем експоненцијалном облику:

$$i = i(\lambda, k) = ak^c \lambda^b,$$

гдје су  $a$ ,  $b$  и  $c$  коефицијенти које треба одредити тако да одступања од полазне функције буду минимална. За одређивање наведених параметара коришћена је нелинеарна метода најмањих квадрата у оквиру модула Surface Fitting Tool софтверског пакета MatLab. С обзиром на неједнаке интервале за домене ових промјенљивих, усвојени су одговарајући кораци при дефинисању нумеричких домена у циљу добијања једнаког броја нумеричких вриједности за обе промјенљиве. Тако је усвојен корак од 0,025 за промјенљиву  $\lambda$  и корак од 0,1 за промјенљиву  $k$ , што даје укупан број тачака (узорака) од  $21 \times 21 = 441$ . У табели 5.5 приказане су вриједности коефицијената  $a$ ,  $b$  и  $c$  које дају граничне функције предложеног апроксимативног облика између којих ће се наћи вриједности полазне (тачне) функције са степеном поверења од 95%.

**Табела 5.5** – Вриједности граничне функције предложеног апроксимативног облика

Коефицијент	Min	Max	Средња вриједност
$a$	0.6074	0.615	0.6112
$b$	0.338	0.3645	0.3513
$c$	1.002	1.006	1.004

Узимајући осредњене вриједности коефицијената из табеле 5.5, добија се експоненцијална функција која апроксимира полазну:

$$i=i(\lambda,k)\approx 0.6112k^{1.004}\lambda^{0.3513} \quad (5.24)$$

при чему је средње квадратно одступање апроксимације 0,0248.

Заокруживањем коефицијената  $a$ ,  $b$  и  $c$  на двије децимале, што је са гледишта инжењерске праксе прихватљиво, долази се до модификованог израза за однос момената инерције при савијању и торзији, који гласи:

$$i_{\alpha} = \alpha(k, \lambda) = 0,61k\lambda^{0,35} \quad (5.25)$$

Израз за однос савојне и торзионе крутости за носаче сандучастог типа од челичних лимова, гласи:

$$\mu = EI_x / GI_t = 1,6k\lambda^{0,35} \quad (5.26)$$

## 6. Крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица у функцији промјенљивих параметара

Увођењем промјенљивих коефицијената односа геометријских величина утоварно-истоварних колица, утицајни коефицијенти (4.4) могу се додатно трансформисати. Ти промјенљиви коефицијенти представљају одговарајуће односе сегментних дужина подужних и попречних носача носеће конструкције утоварно-истоварних колица. Такође, уводе се и односи момената инерције сегмената носеће структуре утоварно-истоварних колица.

Сегменти подужних носача дефинисани су дужинама  $l_1$  и  $l_2$  (слика 3.5). Укупна дужина подужних носача износи:

$$l = 2l_1 + l_2 \quad (6.1)$$

Однос дужина сегмената  $l_1$  и  $l_2$  подужних носача носеће структуре утоварно-истоварних колица, дефинисан је коефицијентом:

$$w = \frac{l_1}{l_2} \quad (6.2)$$

Однос дужине првог сегмента  $L_1$  попречног носача према дужини средњег сегмента попречног носача  $L_2$  дефинисан је коефицијентом:

$$\psi = \frac{L_1}{L_2} \quad (6.3)$$

Коефицијентом  $\varphi$  дефинише се однос момената инерције почетног дијела попречног носача  $I_3$  према моменту инерције подужног носача, односно:

$$\varphi = \frac{I_3}{I_2} \quad (6.4)$$

Однос момената инерције пресека средњег дијела попречног носача  $I_5$  према моменту инерције пресека подужног носача  $I_2$  дефинисан је коефицијентом:

$$\eta = \frac{I_5}{I_2} \quad (6.5)$$

И на крају коефицијентом  $\beta$  дефинисан је однос момента инерције кратког попречног носача  $I_4$  и момент инерције пресека попречног носача, односно:

$$\beta = \frac{I_4}{I_2} \quad (6.6)$$

Истраживање промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица вршено је за сљедеће вриједности промјенљивих коефицијената:

$$\left. \begin{aligned} w &= 0,4; 0,6, 0,8, 1,0 \\ \psi &= 0,4; 0,6, 0,8, 1,0 \\ \varphi &= 1,0; 1,5, 2,0 \\ \eta &= 1,0; 1,5, 2,0 \\ \beta &= 1,0; 1,5, 2,0 \end{aligned} \right\} (6.7)$$

Уношењем вриједности коефицијената (6.7), као и зависности (5.26) у изразе за утицајне коефицијенте (4.4), доводи до њихове додатне трансформације. Из канонских једначина (4.1) долази се до вриједности за непознате допунске силе  $X_1$  у ослонцу D (слика 3.5). Дебљине вертикалних лимова  $t_1$  су у функционалној зависности од висине носача сандучастог типа. Тако, за висине носача које не прелазе вриједност 1000mm, препоручује се коришћење вертикалних лимова чије дебљине не прелазе 8mm. За носаче висина од 1000mm до 1600mm, дебљине вертикалних лимова износе до 12mm [55].

Поред промјенљивих коефицијената (6.7), анализа је вршена и при:

а) константним геометријским величинама: (6.8)

$b=300\text{mm}$  – ширина носача сандучастог типа

$t_1=10\text{mm}$  – дебљине вертикалних лимова носача сандучастог типа

$l_2=1000\text{mm}$  – размак попречних носача

$L_2=1000\text{mm}$  – размак средњих подужних носача

$\Delta=\text{const}$  – размак између ослонца носеће конструкције претоварног моста и дизаличне стазе;

б) константним коефицијентима: (6.9)

$k=\text{const}$  – однос висине и ширине носача сандучастог типа

$\lambda=\text{const}$  – однос дебљине појасних и вертикалних лимова носача сандучастог типа

в) промјенљивим коефицијентима:

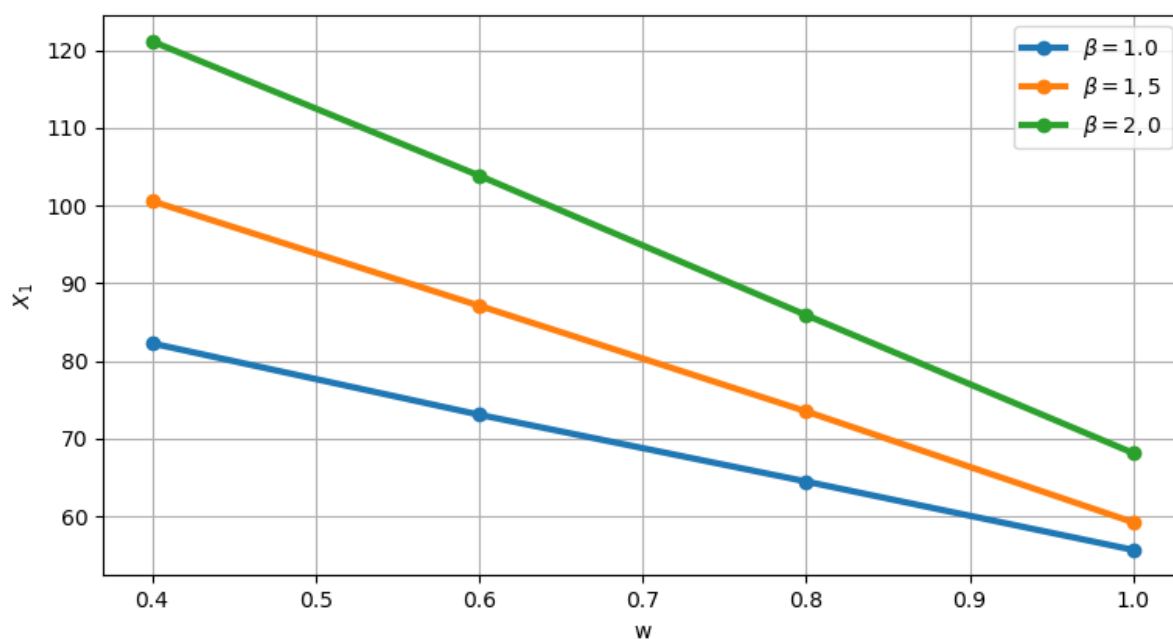
$$\left. \begin{aligned} w &= 0,4; 0,6, 0,8, 1,0 \\ \psi &= 0,4; 0,6, 0,8, 1,0 \\ \varphi &= 1,0; 1,5, 2,0 \\ \eta &= 1,0; 1,5, 2,0 \\ \beta &= 1,0; 1,5, 2,0 \end{aligned} \right\} (6.10)$$



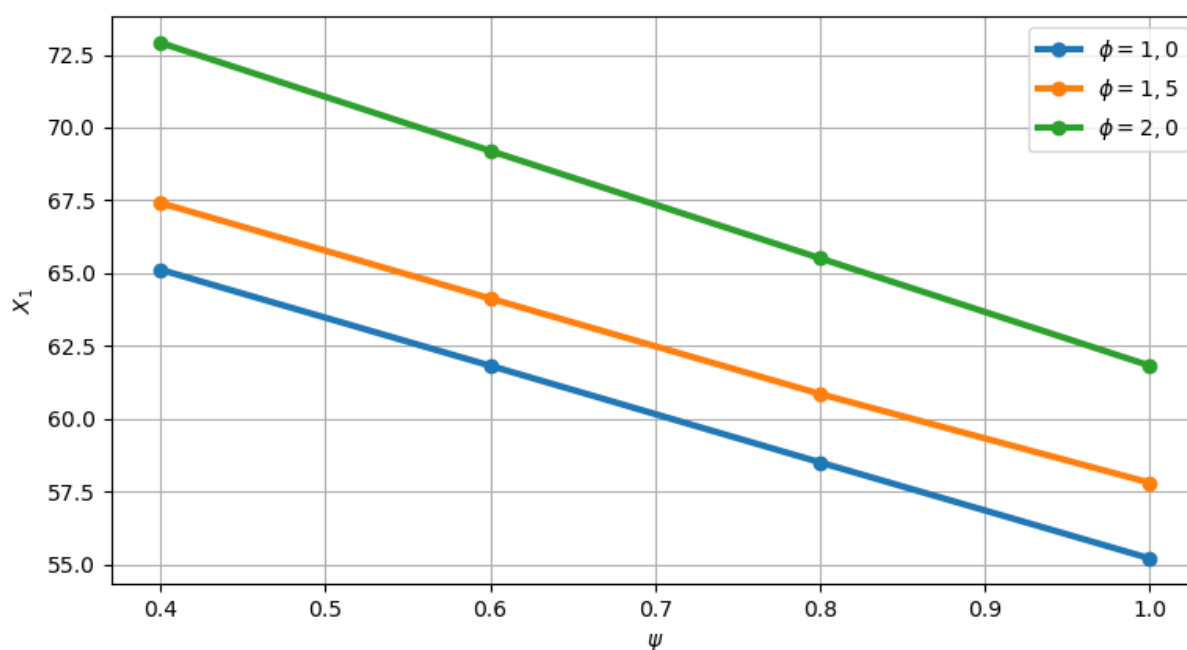
### 6.1. Утицај коефицијената $\beta$ , $w$ , $\varphi$ и $\psi$ на крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица при вриједностима коефицијената $\lambda=1,0$ , $\lambda=1,3$ и $\lambda=1,5$

Варирањем коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\varphi$  и  $\psi$ , при  $\lambda=1,0$  из канонских једначина се могу одредити и вриједности допунских сила у носачу при појави зазора  $\delta_c$  испод ослонца С носеће структуре утоварно-истоварних колица. Онако како се мијењају вриједности допунских сила  $X_1$  у ослонцу D, у истом односу долази и до промјене крутости носећег рама утоварно-истоварних колица при различитим параметрима (6.8), (6.9) и (6.10).

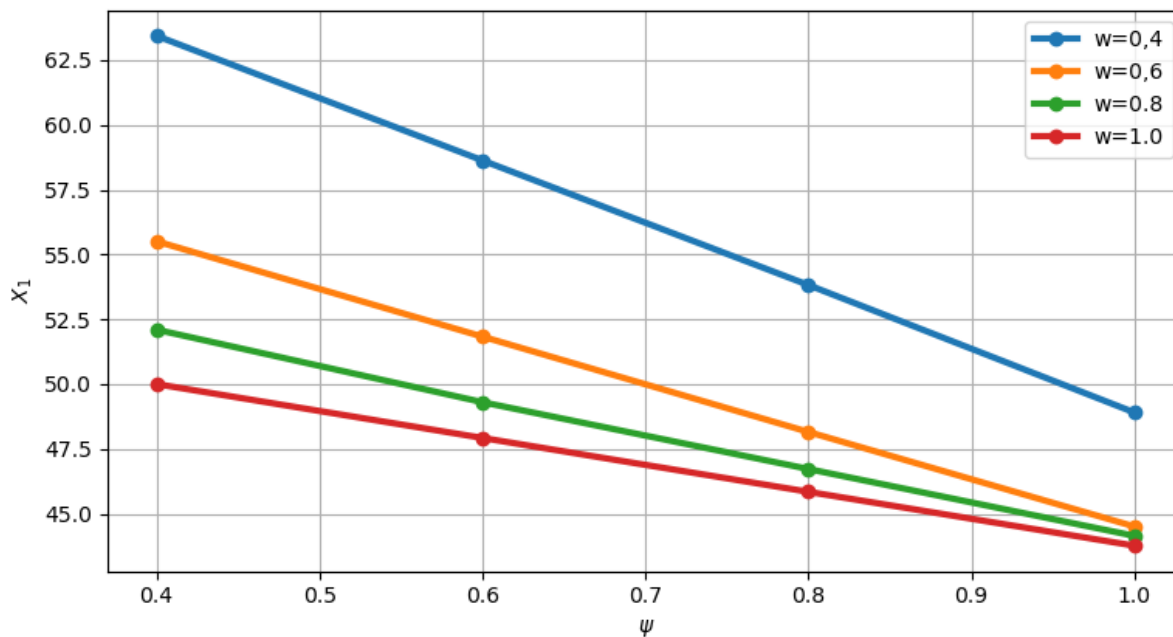
На основу прорачунатих вриједности за допунске силе у ослонцу D, приказаним у табелама у прилогу 1, могу се графичким путем (слика 6.1.) приказати зависности  $X_1 = f(\beta, \psi, \varphi, w)$  при  $\lambda=1,0$ .



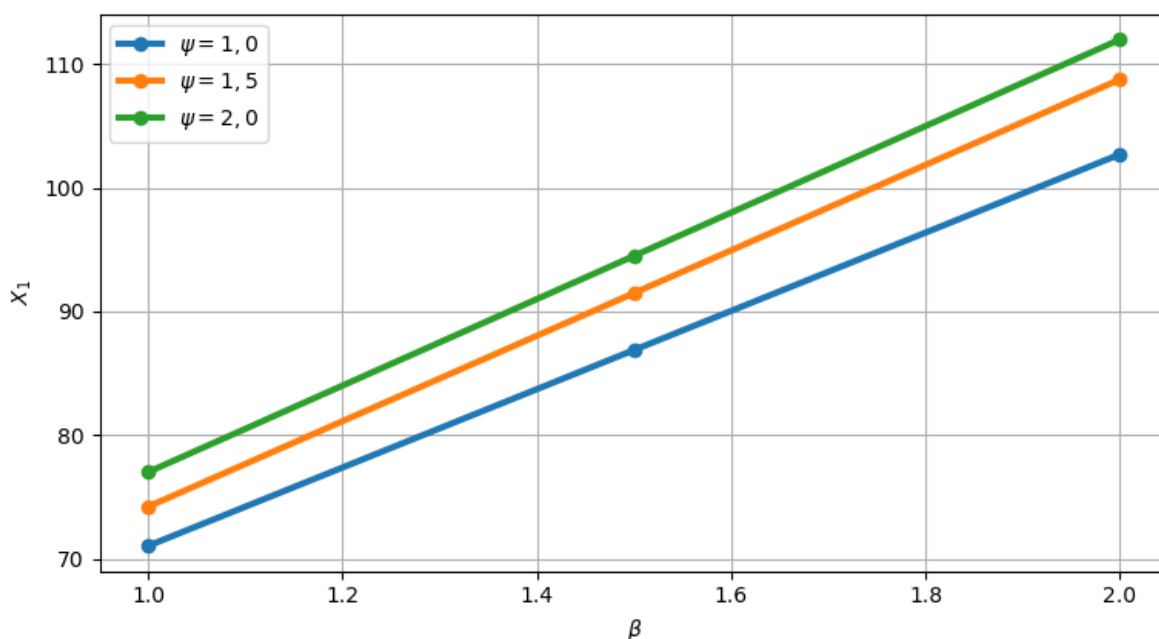
а)  $X_1=f(\beta, w)$



б)  $X_1=f(\psi, \varphi)$



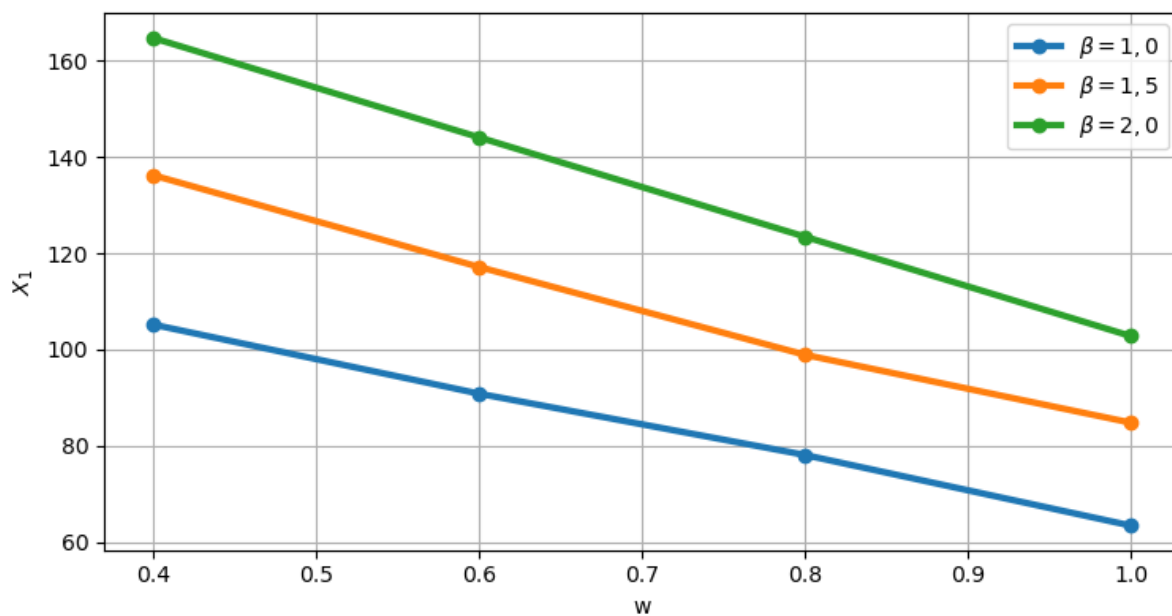
в)  $X_1 = f(w, \psi)$



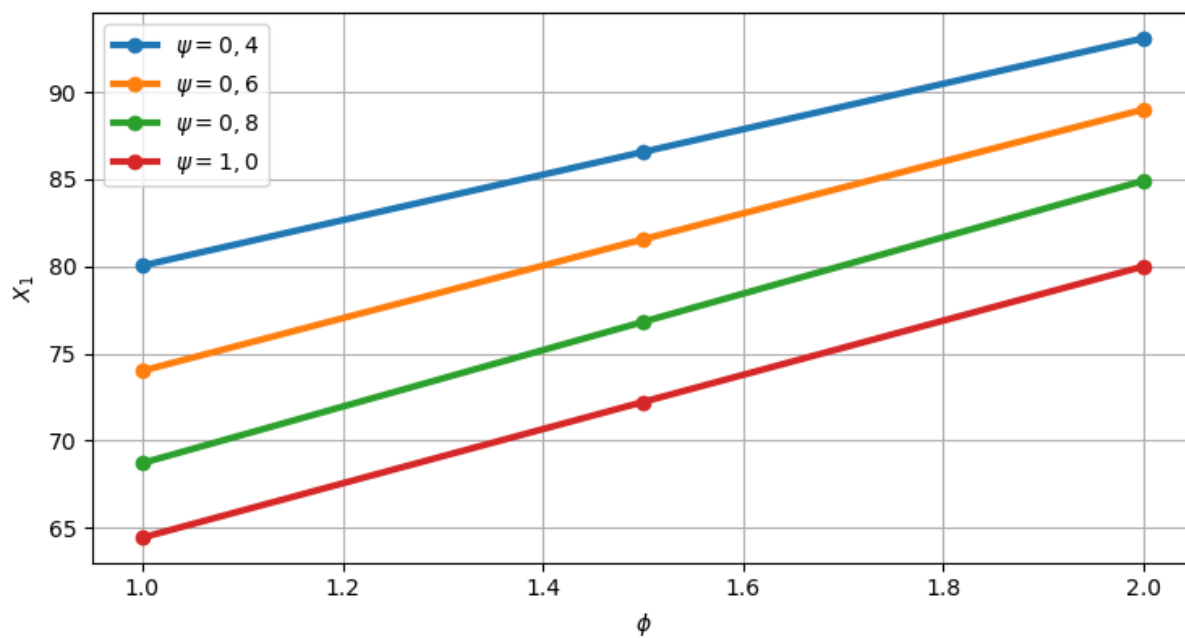
г)  $X_1 = f(\phi, \beta)$

**Слика 6.1** - Графички приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , при  $\lambda=1,0$ .

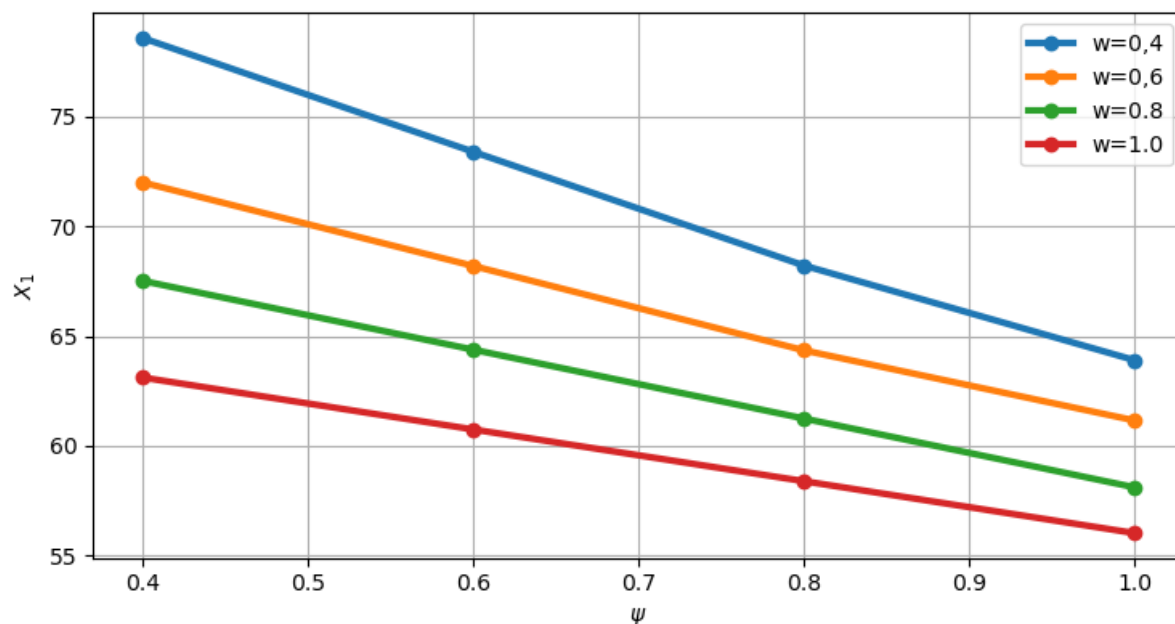
По истој процедури, могу се истражити зависности крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица од промјене коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , при  $\lambda=1,5$  (слика 6.2), чије су вриједности приказане у прилогу 2.



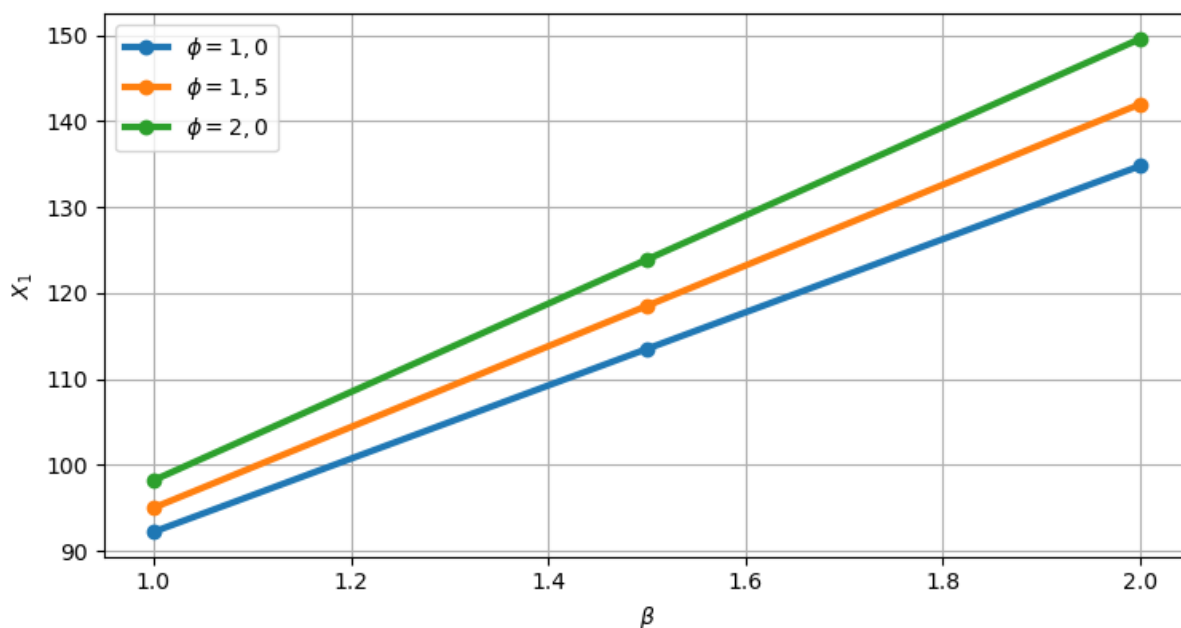
а)  $X_1=f(\beta,w)$



б)  $X_1=f(\psi, \phi)$



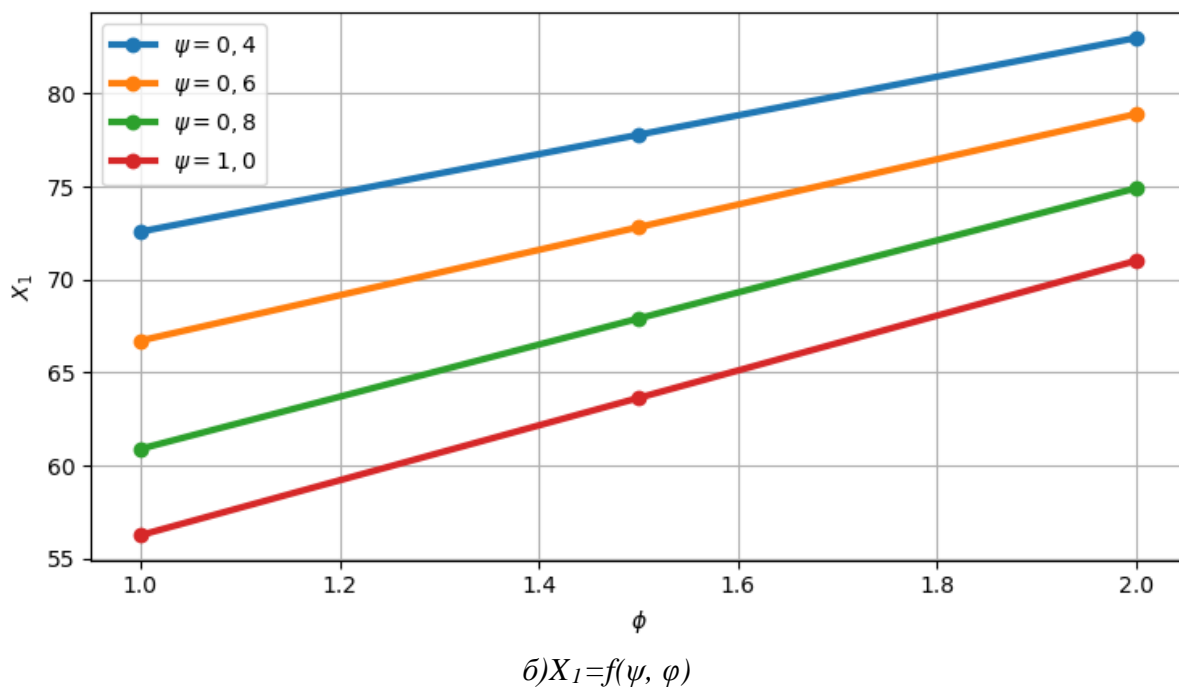
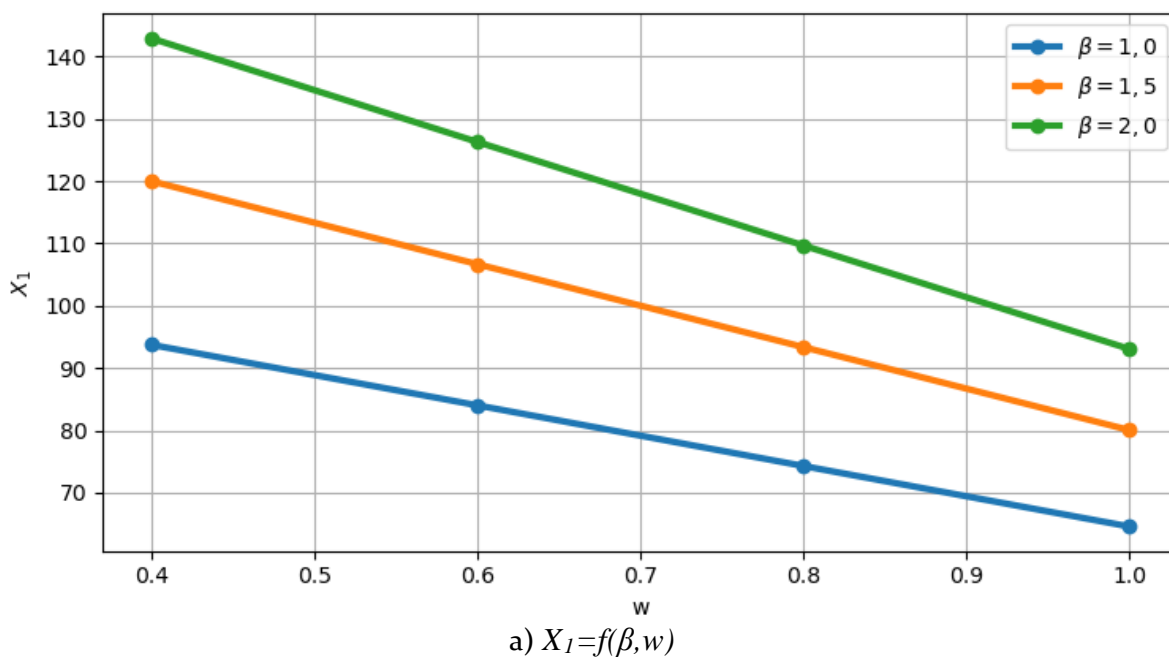
г)  $X_1 = f(w, \psi)$

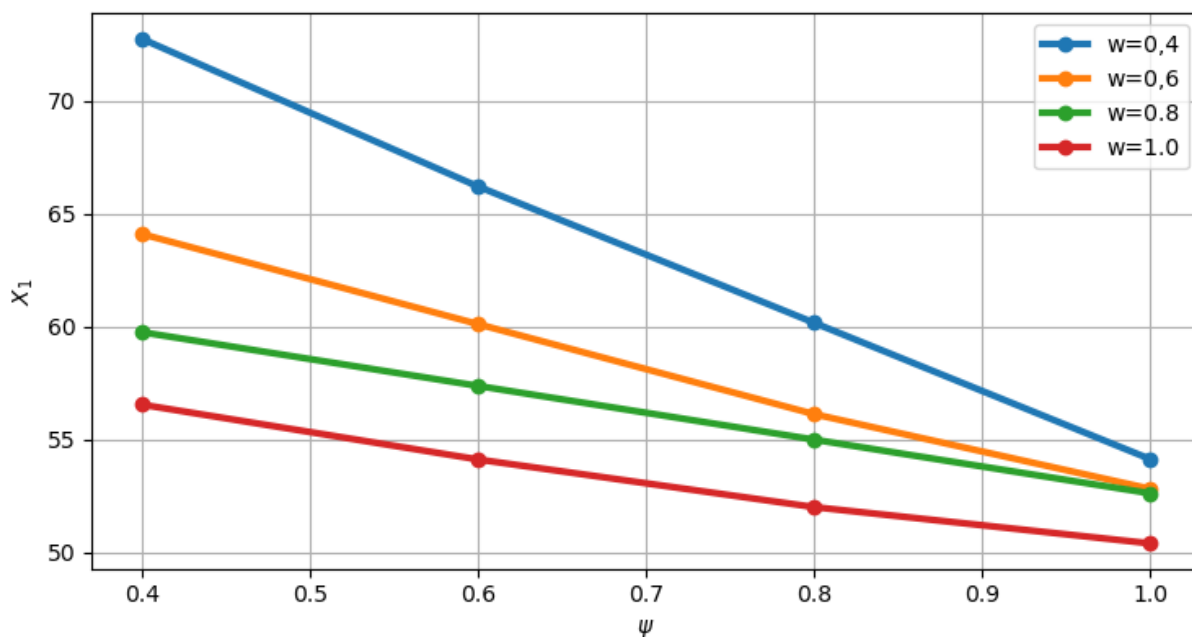


д)  $X_1 = f(\phi, \beta)$

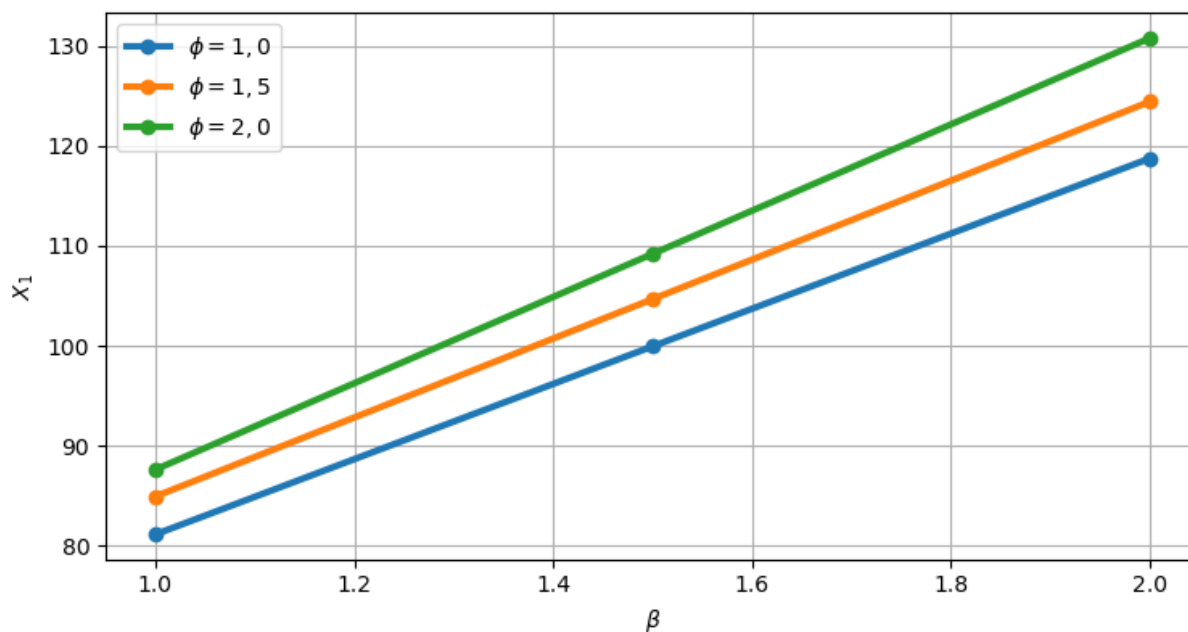
**Слика 6.2** - Графички приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , при  $\lambda=1,5$

Истражен однос дебљина појасних лимова носача сандучастог типа када се за коефицијент  $\lambda$  узимају крајње вриједности  $\lambda=1,0$  и  $\lambda=1,5$ , при вриједностима  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , дефинисане изразима (6.10), даје зависност промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица, које су приказане на сликама 6.1 и 6.2. Дијаграмски приказ зависности крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица од утицајних коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , чије су вриједности приказане у прилогу 3, при оптималној вриједности коефицијента  $\lambda=1,3$  дат је на слици 6.3.





г)  $X_1 = f(w, \psi)$



д)  $X_1 = f(\phi, \beta)$

**Слика 6.3** - Дијаграмски приказ промјене крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица у функцији коефицијената  $\beta$ ,  $w$ ,  $\phi$  и  $\psi$ , при  $\lambda=1,3$ .

Анализирајући промјене крутости носећих конструкција утоварно-истоварних колица при различитим вриједностима коефицијента  $\lambda$ , уочава се:

а) са порастом коефицијента  $\beta$  расте и крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица. Нагиб линија које представљају законе промјена крутости расте са порастом вриједности коефицијента  $\beta$ .

б) са порастом коефицијента  $w$  долази до опадања крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица, при чему се коефицијент нагиба линија, које представљају законе промјена крутости, смањује.

в) са порастом коефицијента  $\psi$  долази до пораста крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица. Коефицијент раста крутости се незназно смањује са растом коефицијента  $\beta$ .

г) са порастом коефицијента  $\varphi$  долази и до пораста крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица, при чему је нагиб линија које представљају законе промјена крутости приближно исти.

## 6.2. Утицај промјене коефицијента $k$ на крутост носеће структуре утоварно-истоварних колица

Рјешавањем система канонских једначина (4.1) долази се до резултата на основу којих се могу дефинисати зависности промјене крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица при варирању различитих параметара и коефицијената. Свакако да различите вриједности коефицијената  $k$ , при различитим вриједностима геометријских параметара централног сегмента имају значајан утицај при формирању носеће структуре утоварно-истоварних колица. Истраживања су вршена за вриједности коефицијената  $k = 1,0$ ;  $k = 2,0$  и  $k = 3,0$ , као најзаступљенијим односима висине и ширине сандучастих носача. Такође, уведени су и геометријски параметри означени са  $l_2$  и  $L_2$ , у милиметрима који имају сљедеће вриједности:

1000 × 1000, 2000 × 2000, 3000 × 3000, 4000 × 4000 и 5000 × 5000

Прорачун вриједности за допунске силе у ослоњцима при зазору  $\delta_c$  точка С (слика 3.1, слика 3.3, слика 3.5) је вршен при односима  $w = \frac{l_1}{l_2}$ ,  $w = \frac{l_1}{l_2} = 1$ ,  $\psi = \frac{L_1}{L_2} = 0,5$  и  $\psi = \frac{L_1}{L_2} = 1$ . За први случај  $w$  има константну вриједност која износи 0,5. За  $L_2 = l_2 = 1000$ ,  $\psi = \frac{L_1}{L_2} = 0,5$ , вриједност допунске силе, при  $k = 1,0$ , износи  $X_{k1} = 59,16 \text{ kN}$ . Ако се повећа однос  $\psi = L_1/L_2$  на 1,0, величина допунске силе у том случају ће износити  $X_{k1} = 48,48 \text{ kN}$ .

Са порастом вриједности геометријских параметара  $L_2 = l_2 = 2000$ , вриједност допунске силе ће при  $\psi = 0,5$  износити  $X_{k1} = 7,39 \text{ kN}$ , док ће за  $\psi = 1,0$  износити 6,05kN. Тако, редом, за:

- $L_2 = l_2 = 3000$ , при  $\psi = 1,5$  и 1,0, допунске силе ће имати вриједности 2,21 kN и 1.81 kN,
- $L_2 = l_2 = 4000$ , при  $\psi = 1,5$  и 1,0, допунске силе ће имати вриједности 0,93 kN и 0,76 kN,
- $L_2 = l_2 = 5000$ , при  $\psi = 1,5$  и 1,0, допунске силе ће имати вриједности 0,46 kN и 0,38 kN.

Задржавајући вриједности  $L_2 = l_2 = 1000, 2000, 3000, 4000$  и 5000, при:

- $\psi = \frac{L_1}{L_2} = 0,5$  и 1,0;
- $w = \frac{l_1}{l_2} = 0,5$ ,

И вриједности коефицијента  $k = 2,0$ , долази се до допунских сила у ослонцима које при  $\psi = 0,5$  износе:

$$X_{k2} = 167,42 \text{ kN}; 20,92 \text{ kN}; 6,25 \text{ kN}; 2,64 \text{ kN} \text{ и } 1,33 \text{ kN}.$$

При вриједностима коефицијента  $\psi = 1,0$ , допунске силе износе:

$$X_{k2} = 137,00 \text{ kN}; 17,14 \text{ kN}; 5,12 \text{ kN}; 2,16 \text{ kN} \text{ и } 1,09 \text{ kN}.$$

Ако коефицијент  $k$  узима вриједност  $3,0$ , допунске силе при  $\psi = 0,5$  имају вриједности:

$$X_{k3} = 307,57 \text{ kN}; 38,4 \text{ kN}; 11,46 \text{ kN}; 4,85 \text{ kN} \text{ и } 2,39 \text{ kN}.$$

При  $\psi = 1,0$ , вриједности допунских сила износе:

$$X_{k3} = 252,10 \text{ kN}; 31,50 \text{ kN}; 9,39 \text{ kN}; 3,96 \text{ kN} \text{ и } 2,00 \text{ kN}.$$

Са тако израчунатим вриједностима допунских сила, могу се успоставити односи:

$$c_{k2} / c_{k1}, c_{k3} / c_{k2} \text{ и } c_{k3} / c_{k1},$$

Чије су вриједности приказане у табелама 6.1, а; 6.1, б и 6.1, в.

**Табела 6.1, а** – Односи крутости  $c_{k2} / c_{k1}$  при  $k_1 = 1,0$  и  $w = 0,5$

	$k_1 = 1,0, w = 0,5$									
$c_{k2} / c_{k1}$	2,829	2,829	2,829	2,829	2,829	2,828	2,838	2,840	2,826	2,842

Просјечна вриједност  $c_{k2} / c_{k1}$  износи 2,832, док је теоријска вриједност 2,828.

**Табела 6.1, б** – Односи крутости  $c_{k3} / c_{k2}$  при  $k_2 = 2,0$  и  $w = 0,5$

	$k_2 = 2,0, w = 0,5$									
$c_{k3} / c_{k2}$	1,837	1,840	1,835	1,837	1,833	1,834	1,837	1,833	1,832	1,834

Просјечна вриједност  $c_{k3} / c_{k2}$  износи 1,835, док је теоријска вриједност 1,837.

**Табела 6.1, в** – Односи крутости  $c_{k3} / c_{k1}$  при  $k_3 = 3,0$  и  $w = 0,5$

	$k_3 = 3,0, w = 0,5$									
$c_{k3} / c_{k1}$	5,198	5,207	5,196	5,206	5,185	5,187	5,215	5,210	5,195	5,260

Просјечна вриједност  $c_{k3} / c_{k1}$  износи 5,200, док је теоријска вриједност 5,196.

Истражене вриједности које су презентирание у табелама 6.1,а; 6.1,б и 6.1,в се односе на сандучасту носач са сљедећим геометријским карактеристикама:

$b = 300 \text{ mm}$  – ширина носача сандучастог типа;

$t_1 = 10 \text{ mm}$  – дебљина вертикалног лима сандучастог носача;



$\delta_c = 5 \text{ mm}$  – угиб у ослонцу С носеће структуре утоварно-истоварних колица за вриједност коефицијента  $w = 0,5$

За исту геометрију носача сандучастог типа за:

$L_2 = l_2 = 1000; 2000; 3000; 4000$  и  $5000 \text{ mm}$ ,

$k_1 = 1,0; k_2 = 2,0$  и  $k_3 = 3,0$ , при вриједностима коефицијента  $w = 1,0$ , добијени су резултати који су приказани у табелама 6.2, а, 6.2, б и 6.2, в.

**Табела 6.2, а** – Односи крутости  $c_{k_2} / c_{k_1}$  при  $k_1 = 1,0$  и  $w = 1,0$

	$k_1 = 1,0, w = 1,0$									
$c_{k_2} / c_{k_1}$	2,824	2,836	2,822	2,837	2,827	2,827	2,825	2,830	2,829	2,833

Просјечна вриједност  $c_{k_2} / c_{k_1}$  износи 2,829, док је теоријска вриједност 2,828.

**Табела 6.2, б** – Односи крутости  $c_{k_3} / c_{k_2}$  при  $k_2 = 2,0$  и  $w = 1,0$

	$k_2 = 2,0, w = 1,0$									
$c_{k_3} / c_{k_2}$	1,840	1,838	1,840	1,833	1,833	1,835	1,836	1,836	1,836	1,833

Просјечна вриједност  $c_{k_3} / c_{k_2}$  износи 1,836, док је теоријска вриједност 1,837.

**Табела 6.2, в** – Односи крутости  $c_{k_3} / c_{k_1}$  при  $k_3 = 3,0$  и  $w = 1,0$

	$k_3 = 3,0, w = 1,0$									
$c_{k_3} / c_{k_1}$	5,198	5,198	5,194	5,203	5,183	5,190	5,200	5,197	5,195	5,194

Просјечна вриједност  $c_{k_3} / c_{k_1}$  износи 5,195, док је теоријска вриједност 5,196.

Прорачунске вриједности наведене у табелама 6.2, а; 6.2, б и 6.2, в, одговарају геометрији носача сандучастог типа као за претходни случај.

Односи допунских сила у ослонцу D, при истом помјерању ослонца С, представљају односе крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица. За даљу анализу од значаја је успостављање теоријске зависности  $c_{k_i} / c_{k_j} = f(k_i / k_j)$ . Пошто односи  $c_{k_i} / c_{k_j}$ , приказани у табелама 6.1, а; 6.1,б; 6.1, в, и 6.2, а; 6.2,б и 6.2, в расте са повећањем односа  $k_i / k_j$ , следи да долази и до раста крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица. Да би се успоставила релација:

$$c_{ki}/c_{kj} = f\left(\frac{k_i}{k_j}\right)^x,$$

потребно је, дакле, одредити вриједност експонента  $x$  при којима важи наведена једнакост. Коришћењем софтверског пакета Matlab и уграђених алата, долази се до вриједности експонента  $x=3/2$ , односно:

$$\frac{c_{ki}}{c_{kj}} = \left(\frac{k_i}{k_j}\right)^{3/2} \quad (6.11)$$

што одговара просјечним вриједностима за  $c_{k2}/c_{k1}$ ,  $c_{k3}/c_{k2}$  и  $c_{k3}/c_{k1}$  при  $w=0,5$  (табеле 6.1, а; 6.1, б и 6.1 в), као и просјечним вриједностима при  $w=1,0$  (табеле 6.2, а; 6.2, б и 6.2 в).

Одступања вриједности теоријских зависности од израчунатих просјечних вриједности, изражених у процентима, за  $\psi = 0,5$  се креће у границама:

- за  $(k_2/k_1)^{3/2}$  одступање износи 0,15%
- за  $(k_3/k_2)^{3/2}$  одступање износи 0,11%
- за  $(k_3/k_1)^{3/2}$  одступање износи 0,74%

За  $\psi = 1,0$  се креће у границама:

- за  $(k_2/k_1)^{3/2}$  одступање износи 0,021%
- за  $(k_3/k_2)^{3/2}$  одступање износи 0,06%
- за  $(k_3/k_1)^{3/2}$  одступање износи 0,022%

Одступања вриједности теоријских зависности  $(k_2/k_1)^{3/2}$ ,  $(k_3/k_2)^{3/2}$ ,  $(k_3/k_1)^{3/2}$ , за  $w=0,5$  су далеко мање од једног процента. Одступања вриједности теоријских зависности  $(k_2/k_1)^{3/2}$ ,  $(k_3/k_2)^{3/2}$ ,  $(k_3/k_1)^{3/2}$ , за  $w=1,0$  су такође много мање од једног процента. Имајући те констатације у виду, то је примјена израза (6.11) потпуно оправдана како у теоријској тако и у практичној примјени. Овај закључак је од значаја при пројектовању носеће структуре утоварно-истоварних колица посебно када је ријеч о избору односа ширине и висине носача сандучастог типа, јер он директно утиче на повећање или смањење крутости.

### 6.3. Теоријска зависност крутости носеће структуре утоварно-истоварних колица од промјене коефицијената $w$ и $\psi$

Дужине подужних носача утоварно-истоварних колица  $L$  и попречних носача  $l$  су повезане са геометријским параметрима ослоног рама аксијално-радијалног лежаја. Главни параметри ослоног рама су  $L_2 \times l_2$  (слика 3.5). Дужине  $L$  и  $l$  (слика 3.1 и слика 3.2) се могу изразити као:

$$L = L_2(1 + 2\psi) \quad (6.12)$$

$$l = l_2(1 + 2w) \quad (6.13)$$

па се даља истраживања могу спровести преко коефицијената  $w$  и  $\psi$ . Због великог броја прорачунских резултата добијених рјешавањем канонских једначина (4.1), издвојиће се само они који су од значаја за дефинисање теоријске зависности крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица. Примјер тих резултата дат је у табелама 6.3 и 6.4, задржавајући при томе вриједности коефицијената  $w=0,5$  и  $1,0$ , као и вриједности коефицијената  $\psi=0,5$  и  $1,0$ .

Такође, дебљине вертикалих лимова су задржане непромјењене ( $t_1=10\text{mm}$ ) као и ширина носача сандучастог типа ( $b=300\text{mm}$ ). Однос висине и ширине носача сандучастог типа је дефинисан коефицијентом  $k$ , чије су вриједности  $1,0$ ;  $2,0$  и  $3$ ;

**Табела 6.3** – Вриједности за допунске силе у ослонцима за  $w=0,5$

$w=0,5$				
$L_2 \times l_2$	$\psi_1/\psi_2$	$X_{k1}$	$X_{k2}$	$X_{k3}$
1000×1000	0,5	59,16	167,42	307,57
	1,0	48,41	137,00	252,10
2000×2000	0,5	7,39	20,92	38,40
	1,0	6,05	17,14	31,50
3000×3000	0,5	2,21	6,25	11,46
	1,0	1,81	5,12	9,39
4000×4000	0,5	0,93	2,64	4,85
	1,0	0,76	2,16	3,96
5000×5000	0,5	0,46	1,32	2,39
	1,0	0,38	1,09	2,00

За дефинисање промјене односа допунских сила у ослонцу D при промјени вриједности коефицијента  $\psi=0,5$  и  $\psi=1,0$ , потребно је формирати парове  $X_{ki}/X_{kj}$ . Види се (табела 6.3), да са порастом коефицијента  $\psi$  долази до смањења вриједности  $X_{ki}/X_{kj}$  и да је то смањење скоро константно и износи  $1,22$ .

За  $\psi_1=0,5$  односи допунских сила у ослонцу D зависи од вриједности геометријских параметара  $L_2 \times l_2$ . Ти односи уједно представљају и односе крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица.

За вриједности коефицијента  $w=1,0$ , при истим осталим параметрима ( $L_2 \times l_2$ ,  $\psi_1/\psi_2 = 0,5/1,0$ ), вриједности допунских сила у ослонцу D су приказане у табели 6.4.

**Табела 6.4** – Вриједности за допунске силе у ослонцима за  $w=1,0$

$w=1,0$				
$L_2 \times l_2$	$\psi_1/\psi_2$	$X_{k1}$	$X_{k2}$	$X_{k3}$
1000×1000	0,5	51,44	145,27	267,39
	1,0	41,00	115,94	213,12
2000×2000	0,5	6,43	18,15	33,50
	1,0	5,12	14,53	26,64
3000×3000	0,5	1,91	5,40	9,90
	1,0	1,68	4,75	8,72
4000×4000	0,5	0,80	2,26	4,16
	1,0	0,71	2,01	3,69
5000×5000	0,5	0,41	1,16	2,13
	1,0	0,36	1,02	1,87

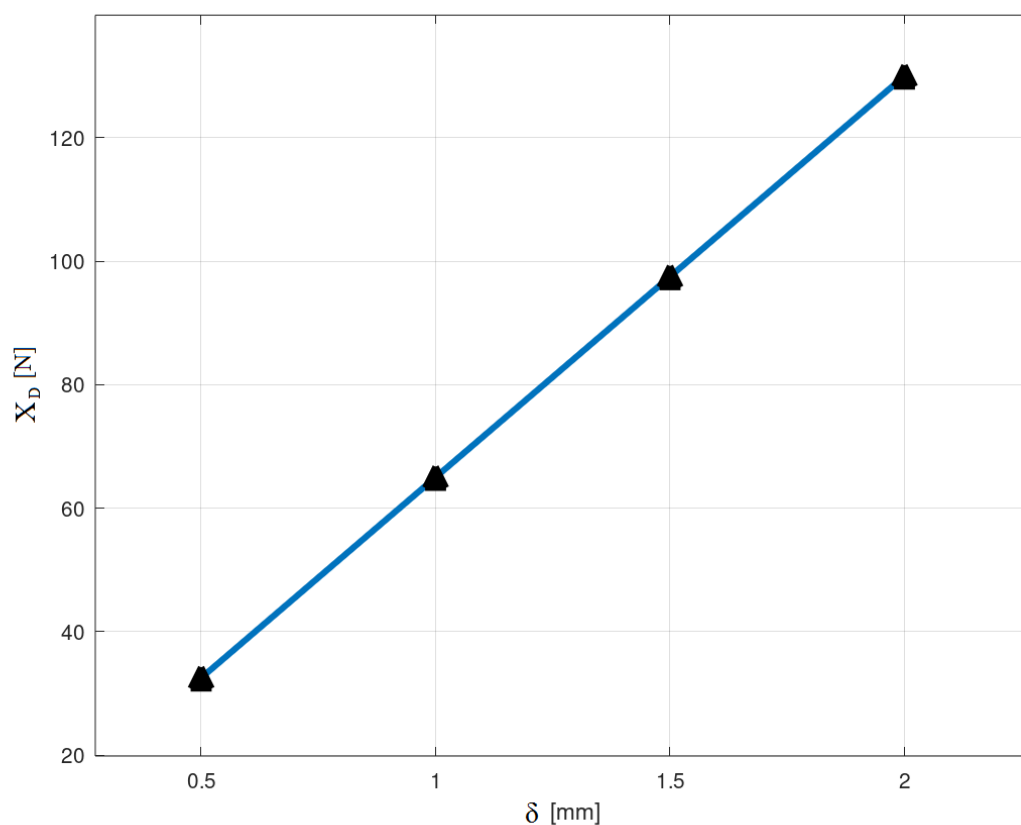
Анализом резултата из табеле 6.4 види се да са порастом коефицијента  $\psi$  са 0,5 на 1,0 долази до опадања вриједности  $X_{ki}/X_{kj}$  константо и износи, као и у претходном случају 1,22.

Са повећањем вриједности  $L_2 \times l_2$  од 1000×1000 до 5000×5000, за вриједности коефицијента  $\psi_1=0,5$  и  $\psi_2=1,0$ , промјена односа крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица  $c_{Li} / c_{Lj}$  је у обрнутој пропорционалности у односу на  $L_j/L_i$ .

Вриједности експонента  $L_j/L_i$  се групишу око броја 3, што указује да однос крутости подужних и попречних носача носеће структуре утоварно-истоварних колица зависе од односа дужина подужних и попречних носача.

На основу ових теоријских резултата може се, погодним избором дужина  $L_i$  и  $L_j$  утицати на формирање оптималне носеће структуре утоварно-истоварних колица у погледу растојања шина по којима се крећу. Поред тога, обезбјеђује се и потребна крутост рама утоварно-истоварних колица за везу аксијално-радијалог лежаја.

У анализама утицаја геометријских параметара носећих рамова аксијално-радијалних лежајева, користи се и метода коначних разлика. Користећи ову методу, на слици 6.4. приказан је дијаграм зависности допунске силе  $X_D$  у функцији од помјерања - угиба ослонца  $C$  лабораторијског модела носеће структуре утоварно-истоварних колица сљедећих геометријских карактеристика:  $L=1200\text{mm}$ ,  $l=1200\text{mm}$ ,  $l_1=l_2=400\text{mm}$ ,  $L_1=L_2=400\text{mm}$ , при чему су носачи сандучастог типа димензија  $b \times h \times t=60 \times 60 \times 2$ .



**Слика 6.4** - Зависност допунске силе у ослонцу D у функцији од угиба ослонца C

Троугластим маркерима (слика 6.4.) обиљежене вриједности допунских сила у ослонцу D, добијене методом коначних разлика, приказане су у табели 6.5.

**Табела 6.5** – Допунске силе у ослонцу D

$\delta$ ( mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	32,5	65,0	97,5	130,0

Такође, примјењујући методу коначних разлика, добијена су помјерања у тачкама носеће структуре од 1 до 8 (слика 7.7), са вриједностима које су наведене у табели 6.6.

**Табела 6.6** – Угиби у тачкама носеће структуре од 1 до 8

Редни број тачке	1	2	3	4	5	6	7	8
Угиби (mm)	1,34	0,72	~0,013	0,015	0,95	0,50	0,24	0,47

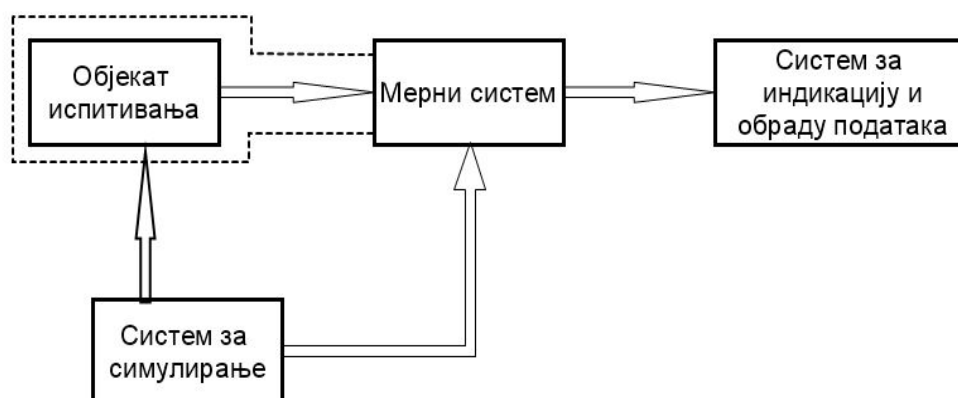
## 7. Експериментална верификација теоријских резултата носеће структуре утоварно-истоварних колица

Експериментална верификација теоријских резултата игра веома значајну улогу у развоју и истраживању нових производа. Спровођење експеримента подразумева утврђивање вриједности, одређених методом мјерења и упоређење са очекиваним, прописаним или прорачунатим вриједностима.

За сваки задатак мјерења у оквиру експеримента се детаљно разрађује план извођења експеримента. Општа је тежња да се са минималним бројем мјерних величина добију потребне и довољне информације о својствима и понашању мјерног објекта. Избор одговарајућих мјерних величина односно избор одговарајућих техничких услова испитивања, одговарајућих метода, пројектовање мјерних уређаја и помоћних прибора је задатак на који мора да одговори истраживач. Савремени приступ рјешавања инжењерских проблема базира се на примјени двије признате методологије:

- теоријској и
- експерименталној анализи.

Шематски приказ експерименталне методологије испитивања [57] дат је на слици 7.1.

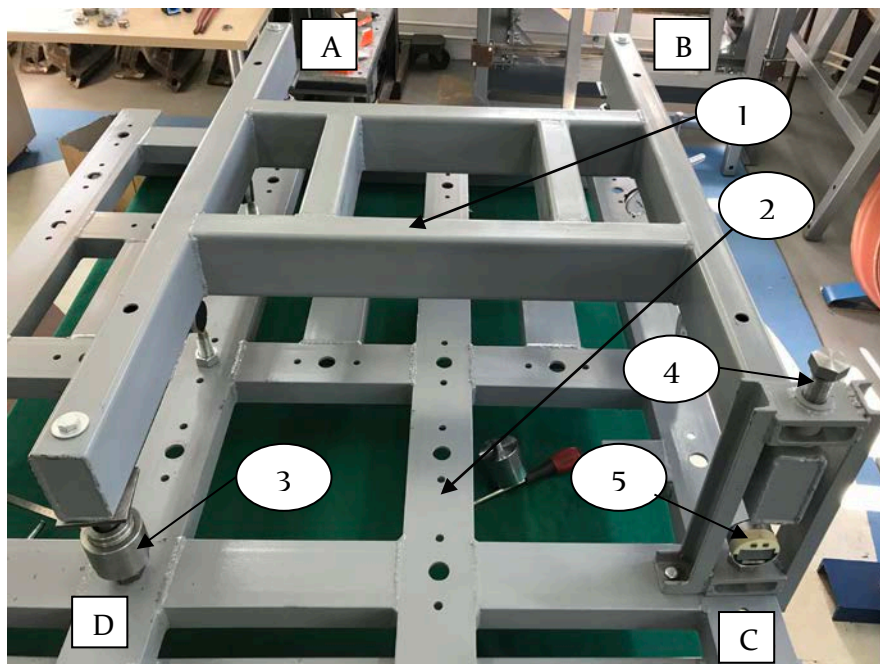


Слика 7.1 - Шематски приказ експерименталне методологије испитивања [57]

Метод испитивања зависи искључиво од врсте и намјене конструкције, њеног облика (раванске или просторне) и начина коришћења. Програми испитивања се дефинишу и на основу техничких услова пројекта конструкције, прописаних стандарда, законских прописа и стечених претходних искустава. Конструкције, објекти експеримента, у зависности од намјене могу бити стабилни и покретни. И једни и други могу бити подвргнути свим облицима оптерећења.

### 7.1. Методологија испитивања носећих рамова утоварно-истоварних колица

Методологија испитивања носећих рамова утоварно-истоварних колица подразумева најприје, распоред и положај мјерних мјеста. Експеримент се изводи на носећем раму који мора бити везан за круто постоље (слика 7.2)[45]. На слици 7.2. јединицом је означен носећи рам утоварно-истоварних колица, а двојком круто постоље.

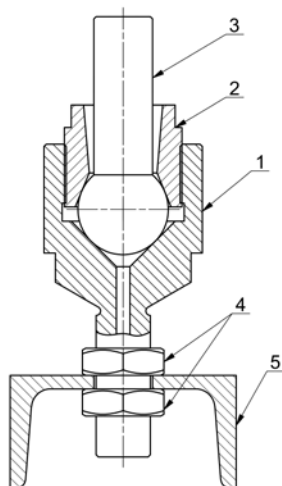


Слика 7.2 - Изглед модела носећег рама са крутом платформом

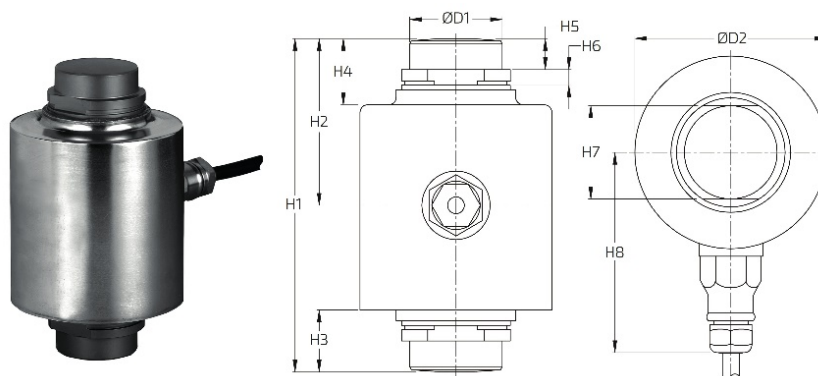
Стварна растојања између ослонаца A, B, C и D износе 6000 mm, а у моделу су са умањењем 1:5, износе 1200mm.

Крута платформа састоји се од подужних носача, кратких укрућења и дугачких укрућења сандучастог типа. Формира се заваривањем при чему су најприје избушени отвори у подужним носачима и кратким укрућењима, чији пречници одговарају ослонцима за везу носећег рама утоварно-истоварних колица. Ова технолошка операција је извршена тако што су подужни носачи и попречна кратка укрућења одговарајућим вијцима причвршћени за шаблонску плочу, чиме је спријечена могућност витоперења ослоног рама у хоризонталној равни. Евентуална одступања горњих површина подужних носача и попречних кратких укрућења се могу анулирати јер ослонци за везу носећег рама имају могућност подешавања горњих површина носећих рамова, тако да исте леже у хоризонталној равни. Треба навести да су за подужне носаче и попречна кратка укрућења коришћени нормални, вруће ваљани профили UNP-100. Поред отвора за везу ослонаца носећих рамова исти служе и за постављање динамометра. На горњој површини подужних носача и попречних укрућења су избушени и отвори за везу држача мјерача помјерања (компаратера). Примјена круте платформе у облику „роштиља“ има предност у односу на извођења у облику плоче јер пружа могућност лаке монтаже и демонтаже носећих рамова, као и могућност финог подешавања крајева носећих рамова у вертикалном правцу.

Носећи рама (слика 7.2) је посредством лоптастих ослонаца (слика 7.3) причвршћен за круту платформу 2. Мјерење силе у ослонцу D се остварује динамометром 3 (слика 7.2), а задавање помјерања у ослонцу C се врши притискивачем са завојним вретеном 4 (слика 7.5). Мјерење величине помјерања у ослонцу C се врши компаратером 5 (слика 7.2.).



Слика 7.3 - Лоптасти ослонац носећег рама



Слика 7.4 - Претварач за мјерење допунских сила (динамометар)

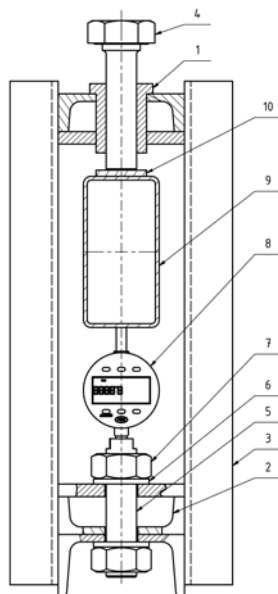
Ослонци носећих рамова су конструисани тако да обезбеђују закретање крајева захваљујући наставку 3 са куглом (слика 7.3), чиме је искључен “конзолни” утицај на деформисање крајева носећих рамова [45].

Горњи дио наставка се одговарајућим вијком причвршћује за крај носећег рама.

Тијело 1 лоптастог ослонца са наврткама 4 се чврсто везује за круту платформу 5. Навртке имају и улогу обезбеђивања хоризонталности горње површине носећег рама. Спречавање испадања наставка са куглом из тијела лоптастог ослонца се остварује конусним притискивачем 2. Ради што мањег трења између кугле, притискивача и тијела, унутрашњи простор лоптастог ослонца је испуњен машћу. Вишак масти се избацује кроз отвор унутар навојног завршетка тијела лоптастог ослонца.

Симулирање „спуштања“ ослонца С се остварује притискивачем 4 са завојним вретеном (слика 7.2 и слика 7.5).





Слика 7.5 - Притискивач са завојним вретеном

Ознаке се слике 6.5 су: 1 - горња траверза, 2 - доња траверза, 3 - У носач, 4 - завојно вретено, 5 - завртањ за везу притискивача, 6 - подметач, 7 - навртка, 8 - компартер, 9 - подужни носач носећег рама, 10 – подметач.

Задавањем помјерања ослоња С (слика 7.2) која остварују угиб испод тог ослоња  $\delta_c$ , сагласно плану испитивања, на дисплеју инструментације за мјерење силе преко динамометра (слика 7.6) се читавају вриједности допунских сила у ослоњу D. Тако се за различите геометријске величине носећих рамова утоварно-истоварних колица могу одредити крутости тих рамова, као и њихови односи установљени теоријском анализом.



Слика 7.6 - Приказ динамометра и дигиталног дисплеја за мјерење допунске силе

## 7.2. Модели носећих рамова утоварно-истоварних колица са укрућењима

У циљу повећања кутости носећих рамова утоварно-истоварних колица за везу са окретном платформом, посредством аксијално-радијалних лежајева великих пречника, између попречних носача носећих рамова се заварују укрућења. Модели носећих рамова су формирани од квадратних цијеви са дебелином зидова од 2mm, са попречним пресеком  $b \times h = 60 \times 60 \text{mm}$ .

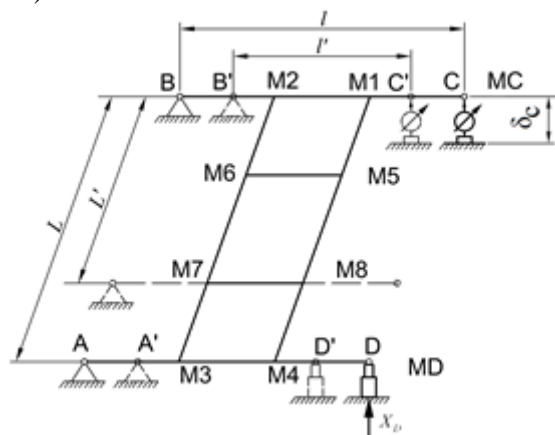
За такав попречни пресјек коефицијенти  $k$  и  $\lambda$  имају вриједности:  $k=1,0$  и  $\lambda=1,0$ . Он уствари представља модел умењен пет пута у односу на реални (стварни) носећи рам. Потпуно идентичан модел је модел истих геометријских карактеристика, али са смањеним дужинама попечних носача. Модел са краћим попречним носачима  $L'$  и са дужим попречним носачима  $L$  приказан је на слици 7.7.

Такође, испитивања су спроведена са носачима који су формирани од челичних цијеви пресека  $b \times h = 60 \times 120 \text{ mm}$  и такође са дебљином зидова цијеви од  $2 \text{ mm}$ , тако да коефицијент  $k$  има вриједност  $k=2,0$ . Однос дебљине вертикалних и појасних лимова износи  $\lambda=1,0$ .

Са овако изведеним експерименталним моделима спроведена су испитивања из чијих резултата се могу формирати зависности промјене крутости носећих рамова утоварно-истоварних колица у функцији сљедећих коефицијената:

- $k$  - коефицијента промјене односа висине и ширине носача сандучастог типа за вриједности  $k=1$  и  $k=2$ ;
- $w$  - коефицијента промјене односа дужина  $l_1/l_2$  ( $w=0,5$  и  $w=1$ );
- $\lambda$  - коефицијента промјене односа дебљина појасних и вертикалних лимова носача сандучастог типа  $t_2/t_1$ ; ( $\lambda=1$ ).

За експериментално одређивање односа крутости подужних и попречних носача носећих рамова утоварно-истоварних колица, потребно је дефинисати распоред и број мјерних мјеста (слика 7.7).



**Слика 7.7** - Шема распореда давача за мјерење помјерања  $\delta_c$  у ослонцу С и допунске силе  $X_D$  у ослонцу Д

Означена мјерна мјеста на слици 7.7. се односе на:

- MC – помјерање ослонца С у вертикалном правцу,
- M1 – помјерање подужног носача у вертикалном правцу на мјесту везе са попречним носачем, ближе ослонцу С,
- M2 – помјерање подужног носача у вертикалном правцу на мјесту везе са попречним носачем, ближе ослонцу В,
- M3 – помјерање подужног носача у вертикалном правцу на мјесту везе са попречним носачем, ближе ослонцу А,

M4 – помјерање подужног носача у вертикалном правцу на мјесту везе са попречним носачем, ближе ослонцу D,

MD – допунска сила у ослонцу D.

M5	}	помјерања тачака спајања попречних носача кратких укрућења (тачке 5; 6; 7, и 8)
M6		
M7		
M8		

Експеримент је спроведен за случај када су ослонци подужних носача у тачкама А, В, С и D, којима одговарају дужине  $l \times L = 1200 \times 1200 \text{ mm}$ , као и за случај када су ти ослонци помјерени у тачке А', В', С' и D', којима одговарају дужине  $L \times l' = 1200 \times 800 \text{ mm}$ . Такође, мјерење је вршено за дужине  $L' \times l = 800 \times 1200 \text{ mm}$ .

Мјерења су вршена и за различите комбинације геометријских величина  $l$  и  $L$ . Усвојен је попречни пресјек подужних и попречних носача ( $b \times h \times t$ ), дефинисан одређеним параметрима:

- варијанта извођења број 1: носећи рамови утоварно-истоварних колица су израђени од носача сандучастог типа пресјека  $60 \times 60 \times 2,0 \text{ mm}$ , а вриједност коефицијента  $k=1,0$ ,
- варијанта извођења број 2: носећи рамови утоварно-истоварних колица су израђени од носача сандучастог типа пресјека  $60 \times 120 \times 2,0 \text{ mm}$ , а вриједност коефицијента  $k=2,0$ .

### 7.3. Резултати мјерења

За спровођење поступка мјерења носећих рамова утоварно-истоварних колица, од значаја за експерименталну верификацију теоријских резултата истраживања, потребно је обавити претходне радње како би резултати мјерења били валидни. Најприје се врши постављање ослонаца (слика 7.3) у отворе А и В (слика 7.2) круте платформе. Затим се поставља динамометар (слика 7.4) у отвор D (слика 7.2) на крутој платформи и на крају се за круту платформу 2 (слика 7.2) завртањском везом поставља уређај за остваривање угиба (слика 7.5.) у ослонцу С (слика 7.2).

Постављањем носећег рама утоварно-истоварних колица на ослонце А и В, његовим ослањањем на динамометар у тачки D и увлачењем краја носећег рама у уређај за задавање помјерања, стварају се услови за нивелисање носећег рама; тј. до његовог увођења у хоризонтални положај.

Ове процедуре се морају спроводити пре сваког мјерења. Поред њих и друге пратеће активности, као што је враћање у почетно стање, послије сваког мјерења се морају испоштовати како би измјерене величине биле тачне. Резултати мјерења су представљени у одговарајућим табелама са графиконима. Задавање помјерања у ослонцу С (односно С') се врши са кораком од  $0,5 \text{ mm}$ .

Мјерења су вршена на носећим рамовима утоварно-истоварних колица сљедећих карактеристика:

а) носећи рам  $lxL = 1200 \times 1200 \text{ mm}$ ;  $l_1 = l_2 = 400 \text{ mm}$ ,  $L_1 = L_2 = 400 \text{ mm}$  ( $\varphi=1,0$ ,  $\psi=1,0$ ),  $b \times h \times t = 60 \times 60 \times 2 \text{ mm}$  ( $k=1$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D су дате у табели 7.1.

**Табела 7.1** – Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	32,5	65,0	97,5	130

б) носећи рам  $lxL'=1200 \times 800$ ;  $60 \times 60 \times 2,0$  ( $k=1,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.2.

**Табела 7.2** – Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	41,6	83,4	124,8	166,4

в) носећи рам  $l'xL'=800 \times 800$ ;  $60 \times 60 \times 2,0$  ( $k=1,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.3.

**Табела 7.3** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	45,7	92,0	137,1	185,0

г) носећи рам  $l'xL=800 \times 1200$ ;  $60 \times 60 \times 2,0$  ( $k=1,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.4.

**Табела 7.4** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	46,0	92,8	137,5	185,0

д) носећа структура утоварно-истоварних колица  $lxL=1200 \times 1200$ ;  $60 \times 120 \times 2,0$  ( $k=2,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.5.

**Табела 7.5** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	107,0	210,2	320,5	421,0

ђ) носећа структура утоварно-истоварних колица  $lxL'=1200 \times 800$ ;  $60 \times 120 \times 2,0$  ( $k=2,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.6.

**Табела 7.6** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	140,2	282,0	420,6	563,4

е) носећа структура  $l \times L' = 800 \times 800$ ;  $60 \times 120 \times 2,0$  ( $k=2,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.7.

**Табела 7.7** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	151,0	302,2	453,0	606,8

ж) носећа структура  $l \times L = 800 \times 1200$ ;  $60 \times 120 \times 2,0$  ( $k=2,0$ ). Измјерене вриједности допунских сила у ослонцу D дате су у табели 7.8.

**Табела 7.8** - Вриједности допунске силе и помјерања

$\delta_c$ (mm)	0,5	1,0	1,5	2,0
$X_D$ (N)	150,2	300,2	447,9	606,0

Како је однос висина сандучастог носача носеће структуре  $k_2/k_1 = 2,0/1,0 = 2$ , то се степеновањем броја 2 на  $3/2$  добија:

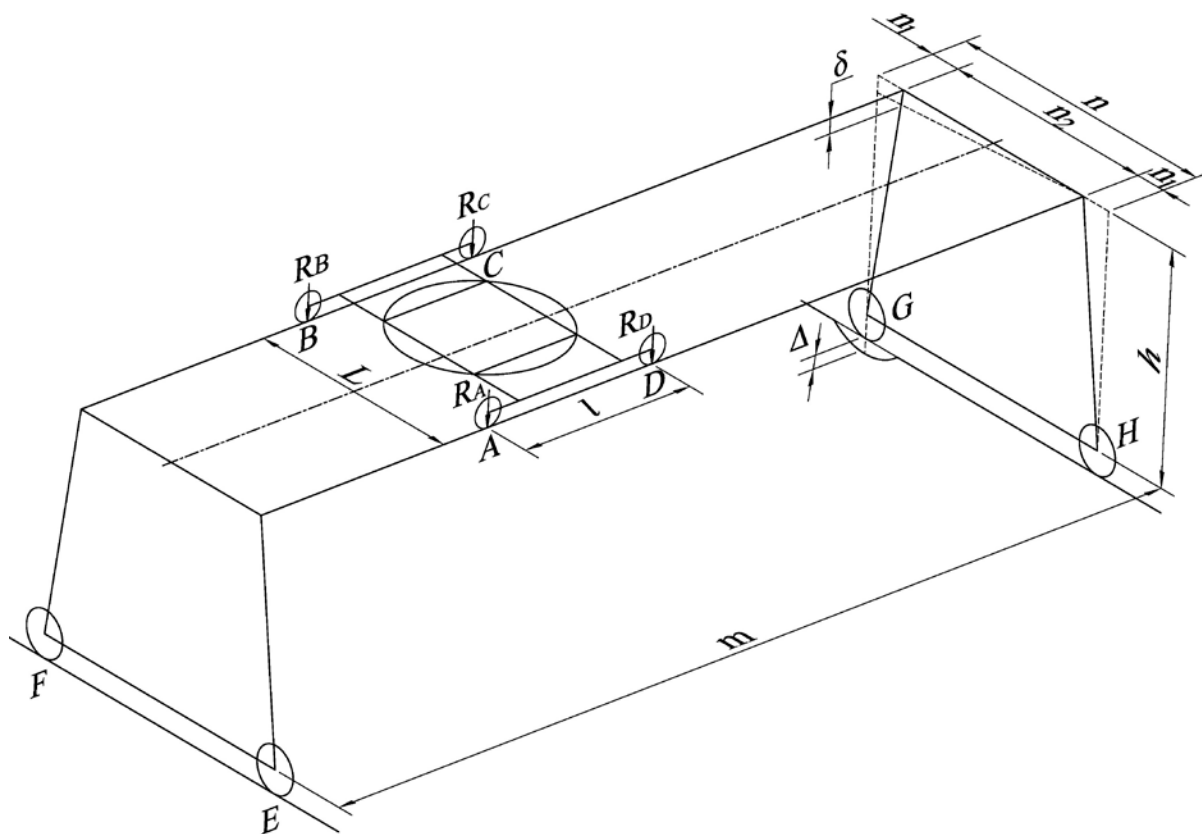
$$2^{3/2} = 2,83$$

чиме је теоријска зависност (6.11) у потпуности потврђена. Тако, на примјер, односи вриједности допунских сила из табела 6.1 и 6.2, као и осталих вриједности одговарају теоријској зависности (6.11).

## 8. Теоријска анализа односа геометријских величина носеће конструкције моста претоварне дизалице

За истраживање утицаја односа геометријских величина моста претоварних дизалица на функционалну подобност, користиће се процедуре које су се односе на носећу структуру утоварно-истоварних колица. Специфичности које се односе на геометријске карактеристике главних подужних носача моста претоварних дизалица биће посебно анализирание како би се истражиле полазне теоријске зависности као и њихов утицај на оптимизацију елемената носеће конструкције моста претоварних дизалица.

Као што је већ наведено, због специфичности извођења конструкција ових дизалица, које се огледају у повезивању двије цјелине (слика 3.1), поред теоријске анализе односа геометријских величина носеће структуре утоварно-истоварних колица, неопходно је истражити и теоријске зависности геометријских величина елемената носеће конструкције претоварних мосних дизалица (слика 8.1).

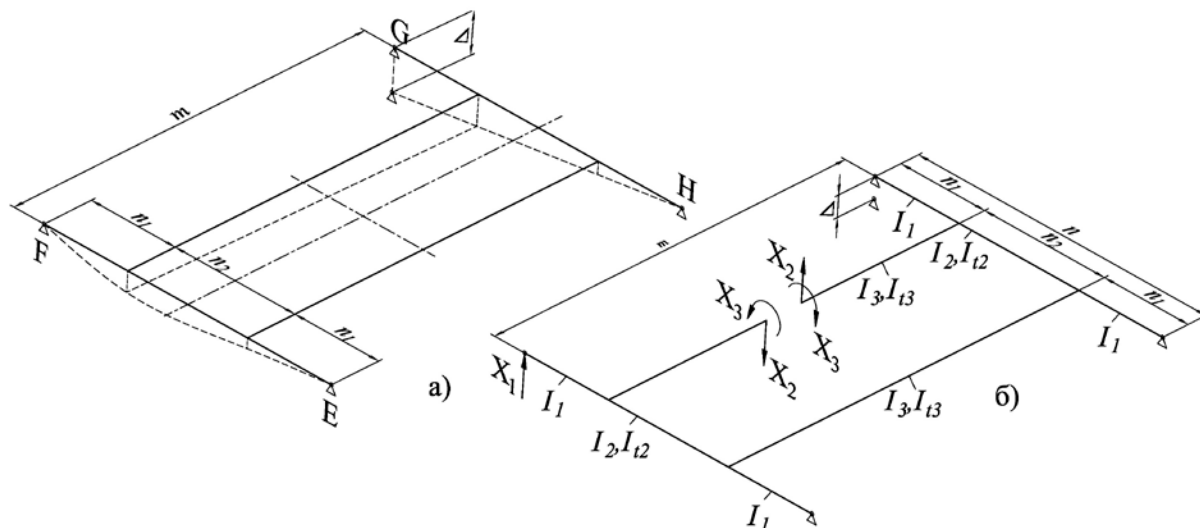


Слика 8.1 - Шематски приказ носеће структуре моста претоварних дизалица

Како сви ослони точкови Е, F, G и H (слика 8.2, а) не могу бити у контакту са дизаличним шинама, то ће се, неки од точкова, на примјер G спустити или подигнути, што ће изазвати искошење носеће конструкције моста претоварне дизалице, а самим тим и прерасподјелу вертикалних реакција у ослонцима, као резултат еластичних деформација у подужним и попречним носачима.

### 8.1. Прорачунски модел носеће структуре моста претоварних дизалица

Ако се ослонац G спусти за величину  $\Delta$  (слика 8.2,а), основни прорачунски модел биће представљен као на слици 8.2.б, где је умјесто ослонца F уведена допунска сила  $X_1$ , а умјесто одбачених веза у расјеченом подужном носачу непознате  $X_2$  и  $X_3$  [45].

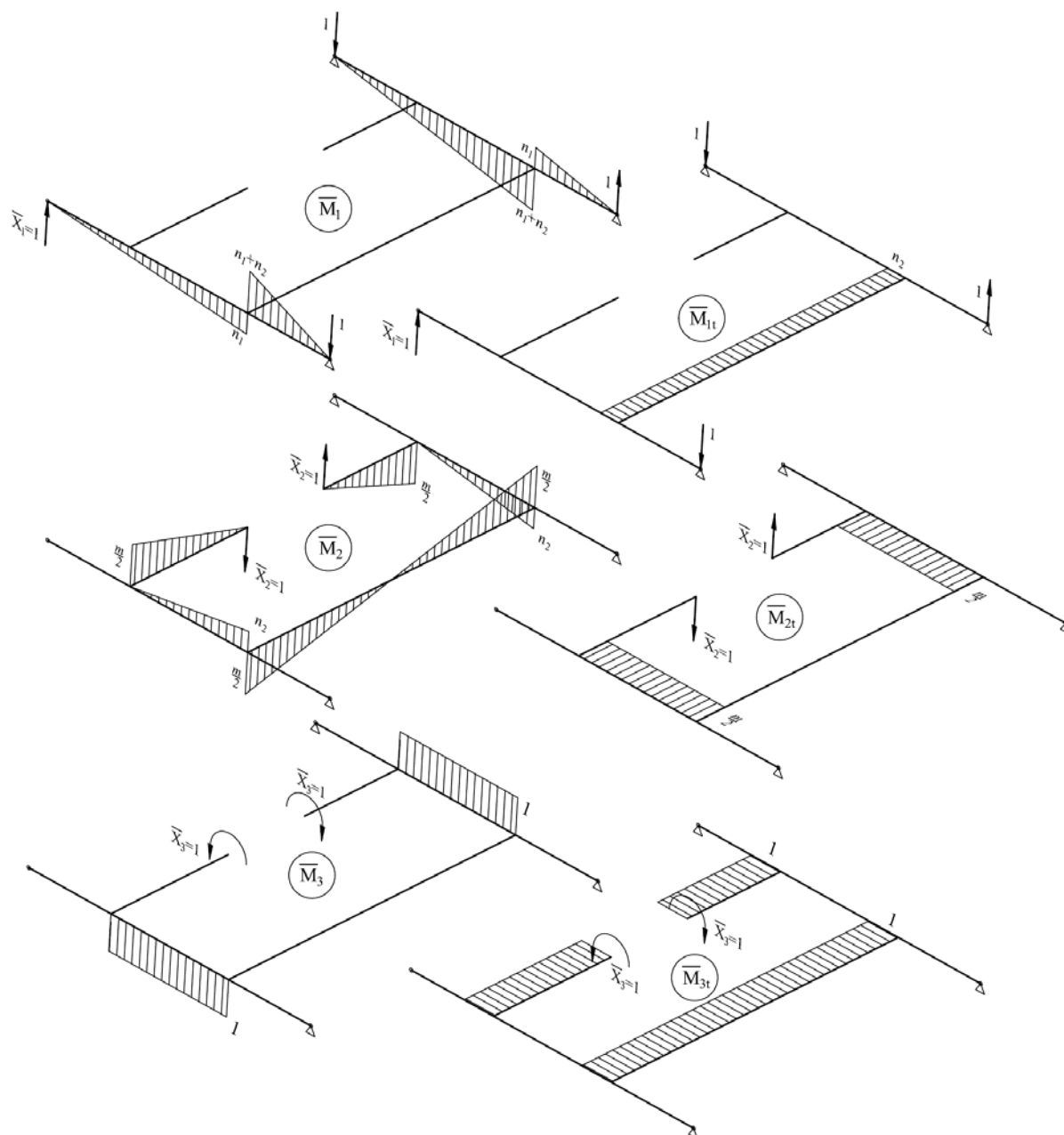


Слика 8.2 - Прорачунски модел носеће конструкције моста претоварне дизалице

Формирањем канонских једначина (4.1), при чему су сада чланови матрице A састављени од утицајних коефицијената  $a_{ik}$  ( $i, k=1,2,3$ ), вектора колоне  $\bar{X}$  непознатих сила и момената и вектора колоне помјерања у вертикалном правцу, могу се уз коришћење Максвел-Моровог интеграла [49, 50] одредити непознате допунске силе у ослонцу G. За рјешавање Максвел-Моровог интеграла потребно је најприје нацртати моментне дијаграме од јединичних сила  $\bar{X}_1 = 1$  и  $\bar{X}_2 = 1$ , као и од јединичног момента  $\bar{X}_3 = 1$  (слика 8.3).

Интеграљењем по цијелој контури добијају се изрази за утицајне коефицијенте  $a_{ik}$  који гласе:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{4n_1^3}{3EI_1} + \frac{2n_1n_2^2}{EI_2} \left( 1 + \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{3n_1} \right) + \frac{n_2^2m}{GI_{2t}} \\ a_{22} &= \frac{2n_2^3}{3EI_2} + \frac{m^3}{6EI_3} + \frac{n_2m^2}{2GI_{2t}}; \\ a_{33} &= \frac{2n_2}{EI_2} + \frac{2m}{GI_{3t}}; \\ a_{21} &= \frac{n_2^2}{3EI_2} (3n_1 + 2n_2); \\ a_{13} &= -\frac{n_2}{EI_2} + (2n_1 + n_2) \frac{n_2m}{GI_{3t}}; \quad a_{23} = -\frac{n_2^2}{EI_2}; \end{aligned} \right\} (8.1)$$



Слика 8.3 - Дијаграми момената од јединичних сила и момената

Са теоријском зависношћу (5.26) утицајни коефицијенти  $a_{ik}$  (8.1) добијају сажетији облик чиме даља истраживања постају прегледнија. Рјешавањем једначине (4.1) за прорачунски модел носеће структуре (слика 8.1. и 8.2) долази се до рјешења за допунску силу у ослонцима F и H при спуштању ослонца G за величину  $\Delta$ . Ту вриједност треба додати реакцијама F и H, као и код прорачунског случаја за носећу структуру утоварно-истоварних колица.

Увођењем зависности за моменте:

$$I_3 = \varepsilon I_2, I_2 = \varepsilon I_1, I_{t3} = \varepsilon I_{t2} \text{ и} \quad (8.2)$$

$$I_{t3} = I_{t2}$$

гдје је:

$\varepsilon$  – коефицијент сразмјере момената инерције при савијању и торзији попречних у односу на подужне носаче (слика 8.2.б).



Коефицијенти  $a_{ik}$  добијају сада следећи вид

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{4n_1^3}{3EI_2} + \frac{2n_1n_2^2}{EI_2} \left( 1 + \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{3n_1} \right) + \frac{n_2^2 m \sqrt{3} \cdot k}{EI_2}; & a_{22} &= \frac{2n_2^3}{3EI_2} + \frac{m^3}{6EI_2 \cdot \varepsilon} + \frac{n_2 m^2 \sqrt{3} \cdot k}{2EI_2}; \\
 a_{33} &= \frac{2n_2}{EI_2} + \frac{2m \sqrt{3} \cdot k}{EI_2 \cdot \varepsilon}; & a_{21} &= \frac{n_2^2}{3EI_2} (3n_1 + 2n_2); \\
 a_{13} &= -\frac{n_2}{EI_2} (2n_1 + n_2) - \frac{n_2 m \sqrt{3} \cdot k}{EI_2 \cdot \varepsilon}; & a_{23} &= -\frac{n_2^2}{EI_2};
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

Имајући у виду геометријске величине носеће конструкције утоварно-истоварних колица (слика 3.2, 3.3, и 3.4) растојање између главних носача моста претоварне дизалице се може дефинисати преко растојања попречних носача  $l_2$  и растојања  $L_2$  малих подужних укрућења. Сагласно томе, растојање између подужних носача дефинисано је зависношћу (6.12), док је растојање између точкова у правцу кретања дефинисано зависношћу (6.13).

Анализом изведених рјешења може се успоставити веза између растојања главних подужних носача моста претоварних дизалица и распона моста (слика 3.1 и 3.2). То растојање одговара растојању точкова утоварно-истоварних колица мјерено нормално на правац кретања колица, односно:

$$n_2 = L = 2L_1 + L_2 = 2\psi L_2 + L_2 = L_2 (2\psi + 1) \tag{8.4}$$

## 8.2. Геометријски параметри носеће структуре претоварних дизалица

У табели 8.1 су приказани геометријски параметри који дефинишу ослону геометрију носеће конструкције претоварних дизалица (слика 8.1).

Ти параметри су:

- а)  $m$  – распон моста,
- б)  $n$  – растојање између точкова моста у правцу кретања,
- в)  $n_1$  – пројекција ноге моста у хоризонталној равни,
- г)  $n_2$  – дужина чеоног носача.

На основу изнесеног дефинише се ослона база преко параметара  $\underline{m}$  и  $n$ .

**Табела 8.1** – Геометрија носеће конструкције претоварних дизалица

Распон моста $m$ (m)	$L_2=l_2$ (m)	$\psi = \frac{L_1}{L_2}$	$\varphi = \frac{l_1}{l_2}$	$L_1$ (m)	$n_2$ (m)	$n_1$ (m)	$n$ (m)
30,00	2,00	0,5	0,5	1,00	4,00	2,00	8,00
50,00	4,00	0,5	0,5	2,00	8,00	4,00	16,00
70,00	6,00	0,5	0,5	3,00	12,00	6,00	24,00

Користећи се параметрима из табеле 8.1, даљи ток истраживања спроводиће се за следеће варијанте:

Варијанта бр. 1

$$m = 30,00\text{m}$$

$$n = 8,00\text{m}$$

$$n_1 = 2,00\text{m}$$

$$n_2 = 4,00\text{m}$$

Варијанта бр. 2

$$m = 50,00\text{m}$$

$$n = 16,00\text{m}$$

$$n_1 = 4,00\text{m}$$

$$n_2 = 8,00\text{m}$$

Варијанта бр. 3

$$m = 70,00\text{m}$$

$$n = 24,00\text{m}$$

$$n_1 = 6,00\text{m}$$

$$n_2 = 12,00\text{m}$$

Оне, дакле, зависе од:

$\Delta$  – помјерања ослонца  $G$ ,

$k$  – коефицијента односа висине и ширине пресјека сандучастог типа главног носача,

$\varepsilon$  – коефицијента односа момената инерције при савијању и торзији попречног пресјека у односу на подужни главни носач.

Даљи ток истраживања ће се спроводити при константним коефицијентима  $\varepsilon$  и промјенљивим коефицијентима  $k$ , при чему ће коефицијент  $\varepsilon$  узимати вриједност:

$$\varepsilon = 1,0; 1,5 \text{ и } 2,0 \quad (8.5)$$

Док ће коефицијент  $k$  узимати вриједност:

$$k = 1,0; 1,5 \text{ и } 2,0 \quad (8.6)$$

За основу базу претоварне дизалице са утоварно-истоварним колицима, дефинисане параметрима распона моста  $m$  и растојања између тачкова у правцу кретања  $n$ , односно  $m \times n = 30 \times 8\text{m}$ , из једначина (4.1) добијају се вриједности допунских сила, које су приказане у табели 8.2.

За прву варијанту конструктивног извођења конструкције моста претоварне дизалице, са ослоном базом  $m \times n = 30 \times 8\text{m}$ , послје замјене геометријских параметара  $m$ ,  $n$ ,  $n_1$  и  $n_2$ , утицајни коефицијенти  $a_{ik}$  (8.3) биће одређени следећим изразима:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{148,9}{EI_2} + \frac{830,4 \cdot k}{EI_2} & a_{22} &= \frac{42,66}{EI_2} + \frac{4500}{EI_2 \cdot \varepsilon} + \frac{3114 \cdot k}{EI_2}; \\ ; & & & \\ a_{33} &= \frac{8}{EI_2} + \frac{103,8 \cdot k}{EI_2 \cdot \varepsilon}; & a_{12} &= \frac{74,67}{EI_2}; & a_{13} &= \frac{32}{EI_2} + \frac{207,6 \cdot k}{EI_2 \cdot \varepsilon}; & a_{23} &= \frac{16}{EI_2} \end{aligned} \right\} (8.7)$$

Како је  $\Delta_{1G} = -\Delta$  и  $\Delta_{2G} = \Delta_{3G} = 0$ , то ће за овај случај анализе систем канонских једначина гласити:

$$\left. \begin{aligned} (148,9 + 830,4 \cdot k)X_1 + 74,67X_2 - \left(32 + \frac{207,6 \cdot k}{\varepsilon}\right)X_3 &= \Delta EI_2 \\ 74,67X_1 + \left(42,66 + \frac{4500}{\varepsilon} + 3114 \cdot k\right)X_2 - 16X_3 &= 0 \\ -\left(32 + \frac{207,6 \cdot k}{\varepsilon}\right)X_1 - 16X_2 - \left(8 + \frac{103,8 \cdot k}{\varepsilon}\right)X_3 &= 0 \end{aligned} \right\} (8.8)$$

Из једначина 8.8. се сада може одредити непозната величина  $X_1$  која на индиректан начин дефинише крутост носеће конструкције моста претоварне дизалице.

Такође се и за другу и трећу ослону базу, које су дефинисане растојањима  $m'' \times n'' = 50 \times 16$  m и  $m''' \times n''' = 70 \times 24$  m, коришћењем већ дефинисаних процедура, долази се до допунских сила у ослонцу Н чије су вриједности приказане у табелама 8.2 и 8.3 и 8.4.

**Табела 8.2** – Допунска сила за  $m' \times n' = 30 \times 8$  m

$X_1' \cdot 10^5 / \Delta EI_2 \left[ m' \times n' = 30 \times 8 \text{ m} \right]$					
	$k = 1,0$	$k = 1,5$	$k = 2,0$	$k = 2,5$	$k = 3,0$
$\varepsilon = 1,0$	51,01	66,31	86,21	112,01	145,62
$\varepsilon = 1,5$	61,21	79,57	103,44	134,47	174,80
$\varepsilon = 2,0$	73,45	95,48	124,13	161,37	209,78

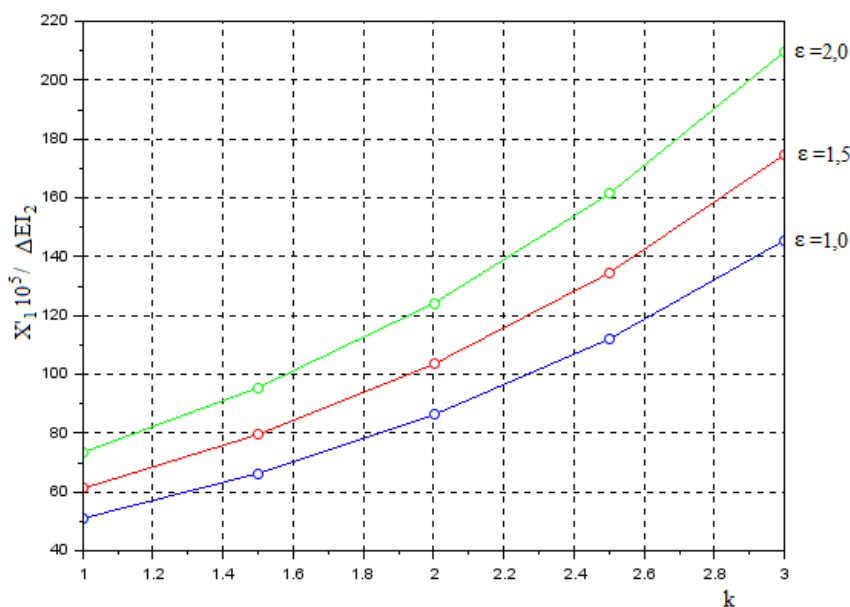
**Табела 8.3** – Допунска сила за  $m'' \times n'' = 50 \times 16$  m

$X_1'' \cdot 10^5 / \Delta EI_2 \left[ m'' \times n'' = 50 \times 16 \text{ m} \right]$					
	$k = 1,0$	$k = 1,5$	$k = 2,0$	$k = 2,5$	$k = 3,0$
$\varepsilon = 1,0$	7,65	9,94	12,92	16,80	21,79
$\varepsilon = 1,5$	9,18	11,93	15,51	20,16	26,22
$\varepsilon = 2,0$	11,01	14,32	18,60	24,21	31,46

**Табела 8.4** – Допунска сила за  $m''' \times n''' = 70 \times 24 \text{ m}$

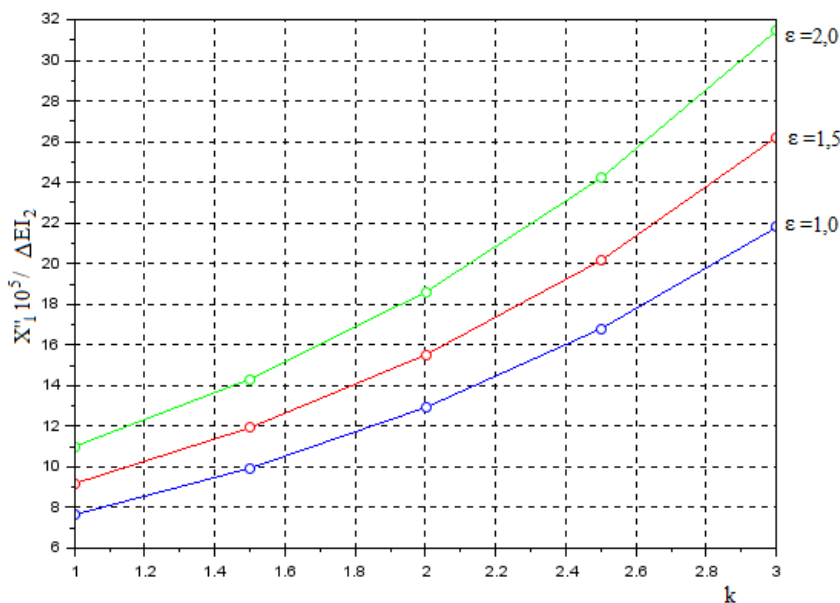
$X_1''' \cdot 10^5 / \Delta EI_2 \left[ m''' \times n''' = 70 \times 24 \text{ m} \right]$					
	$k = 1,0$	$k = 1,5$	$k = 2,0$	$k = 2,5$	$k = 3,0$
$\varepsilon = 1,0$	2,45	3,18	4,12	5,35	6,95
$\varepsilon = 1,5$	2,94	3,82	4,96	6,45	8,39
$\varepsilon = 2,0$	3,53	4,58	5,96	7,75	10,10

Из табела 8.2; 8.3 и 8.4 могуће је графичким путем формирати зависности промјене вриједности допунских сила  $X_1$  у функцији коефицијента  $\varepsilon$  при константним вриједностима коефицијента  $k$ . Тако је на слици 8.4 формиран график  $X_1 = f(\varepsilon, k)$  за вриједности које су приказане у табели 8.2, а које се односе на основу базу  $m' \times n' = 30 \times 8 \text{ m}$ .



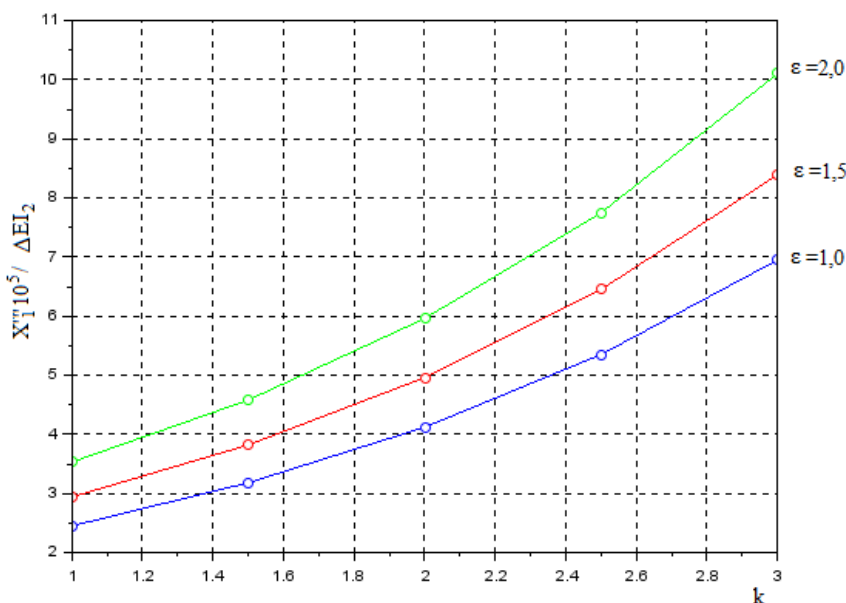
**Слика 8.4** - Графички приказ зависности  $X_1' = f(\varepsilon, k)$  за  $m' \times n' = 30 \times 8 \text{ m}$

На слици 8.5. дат је графички приказ зависности допунске силе у ослоњу Н у функцији промјене коефицијената  $\varepsilon$  и  $k$ . Зависности су формиране за основу базу носеће структуре распона моста  $m = 50 \text{ m}$  и растојањем тачкова у превцу кретања  $n = 16 \text{ m}$ .



Слика 8.5 - Графички приказ зависности  $X_1'' = f(\varepsilon, k)$  за  $m'' \times n'' = 50 \times 16 \text{ m}$

И за трећу варијанту, која је дефинисана параметрима ослоне базе  $m''' \times n''' = 70 \times 12 \text{ m}$ , графички приказ допунске силе у ослонцу Н у зависности од промјенљивих коефицијената  $\varepsilon$  и  $k$  дат је на слици 8.6. Вриједности на основу којих је та графичка зависност формирана су узете из табеле 8.4.



Слика 8.6 - Графички приказ зависности  $X_1''' = f(\varepsilon, k)$  за  $m''' \times n''' = 70 \times 24 \text{ m}$

Анализом резултата који се односе на законитости промјене допунске силе, а самим тим и на законитости промјене крутости носеће конструкције моста претоварне дизалице, при различитим параметрима ослоне базе  $m \times n$ , долази се до теоријских резултата који су од значаја при формирању просторних носећих конструкција претоварних мосних дизалица. Тако, за константне вриједности коефицијената  $\varepsilon=1,0$ ; 1,5 и 2,0 и промјенљиве вриједности коефицијената  $k=1,0$ ;  $k=1,5$ ;  $k=2,0$ ;  $k=2,5$  и  $k=3,0$ , може се формирати коефицијент раста  $\phi_\varepsilon$  (табела 8.5).

**Табела 8.5** – Коефицијент раста  $\phi_\varepsilon$

$\varepsilon = 1,0$		$\varepsilon = 1,5$		$\varepsilon = 2,0$	
$\phi_\varepsilon$	$\frac{k = 1,5}{k = 1} = 1,29$	$\phi_\varepsilon$	$\frac{k = 1,5}{k = 1} = 1,29$	$\phi_\varepsilon$	$\frac{k = 1,5}{k = 1} = 1,29$
	$\frac{k = 2,0}{k = 1,5} = 1,30$		$\frac{k = 2,0}{k = 1,5} = 1,29$		$\frac{k = 2,0}{k = 1,5} = 1,30$
	$\frac{k = 2,5}{k = 2,0} = 1,29$		$\frac{k = 2,5}{k = 2,0} = 1,29$		$\frac{k = 2,5}{k = 2,0} = 1,30$
	$\frac{k = 3,0}{k = 2,5} = 1,30$		$\frac{k = 3,0}{k = 2,5} = 1,29$		$\frac{k = 3,0}{k = 2,5} = 1,29$

Исто тако, за константне вриједности коефицијента  $k=1,0$ ;  $k=1,5$ ;  $k=2,0$ ;  $k=2,5$  и  $k=3,0$ , и промјенљиве вриједности коефицијената  $\varepsilon=1,0$ ;  $1,5$  и  $2,0$ , може се формирати коефицијент раста крутости  $\phi_k$  (Табела 8.6).

**Табела 8.6** – Коефицијент раста  $\phi_k$

	$k=1,0$	$k=1,5$	$k=2,0$	$k=2,5$	$k=3,0$
$\phi_k$	$\frac{\varepsilon = 1,5}{\varepsilon = 1,0} = 1,19$	$\frac{\varepsilon = 1,5}{\varepsilon = 1,0} = 1,19$	$\frac{\varepsilon = 1,5}{\varepsilon = 1,0} = 1,19$	$\frac{\varepsilon = 1,5}{\varepsilon = 1,0} = 1,19$	$\frac{\varepsilon = 1,5}{\varepsilon = 1,0} = 1,19$
	$\frac{\varepsilon = 2,0}{\varepsilon = 1,5} = 1,19$	$\frac{\varepsilon = 2,0}{\varepsilon = 1,5} = 1,20$	$\frac{\varepsilon = 2,0}{\varepsilon = 1,5} = 1,20$	$\frac{\varepsilon = 2,0}{\varepsilon = 1,5} = 1,20$	$\frac{\varepsilon = 2,0}{\varepsilon = 1,5} = 1,20$

### 8.3. Зависност односа крутости носеће конструкције моста претоварних дизалица од параметара ослона базе

Јасно је да крутост носеће конструкције моста претоварних дизалица зависи, поред геометријских величина које карактеришу попречни пресјек сандучастих носача, и од односа параметара који карактеришу ослона базу носеће конструкције моста претоварне дизалице. Као што је већ речено, ослона база зависи од распона моста (параметар  $m$ ) и од растојања тачкова моста, мјерено у правцу кретања моста (параметар  $n$ ).

За прво варијантно рјешење изведених конструкција, тај однос је дефинисан релацијом:

$$m' \times n' = 30 \times 8 \text{ m} \quad (8.9)$$

За друго варијантно рјешење, тај однос је дефинисан релацијом:

$$m'' \times n'' = 50 \times 16 \text{ m} \quad (8.10)$$

За треће варијантно рјешење, тај однос је дефинисан релацијом:

$$m''' \times n''' = 70 \times 24 \text{ m} \quad (8.11)$$

Зависност односа допунских сила у  $X_1$  у ослонцу Н, при промјенљивим коефицијентима  $\varepsilon$  и  $k$  (слика 8.4, слика 8.5 и слика 8.6) уствари представља и зависност крутости носеће конструкције моста претоварне дизалице од наведених параметара.

Формирањем парова  $\left[ \left( \frac{m''}{m'} \right), \left( \frac{n''}{n'} \right)^2 \right]$ ,  $\left[ \left( \frac{m'''}{m''} \right), \left( \frac{n'''}{n''} \right)^2 \right]$  и  $\left[ \left( \frac{m'''}{m'} \right), \left( \frac{n'''}{n'} \right)^2 \right]$  с једне стране, као и сила  $X_1'$ ,  $X_1''$  и  $X_1'''$  (табеле 8.2, 8.3 и 8.4) са друге стране, пружају могућност, коришћењем софтверског пакета Matlab, дефинисање теоријских зависности:

$$\frac{X_1'}{X_2'} = f\left(\frac{m''}{m'}; \frac{n''}{n'}\right); \frac{X_1'}{X_1''} = f\left(\frac{m'''}{m''}; \frac{n'''}{n''}\right) \text{ и } \frac{X_1''}{X_1'''} = f\left(\frac{m'''}{m''}; \frac{n'''}{n''}\right).$$

Означи ли се:

$X_1' / X_1''$  коефицијентом  $k_{1,2}$ ,

$X_1' / X_1'''$  коефицијентом  $k_{1,3}$  и

$X_1'' / X_1'''$  коефицијентом  $k_{2,3}$ , види се да њихове просјечне вриједности изосе:

$$k_{1,2(\varepsilon=1,0)} = 6,668; k_{1,2(\varepsilon=1,5)} = 6,670; k_{1,2(\varepsilon=2,0)} = 6,670 \quad (8.12)$$

$$k_{1,3(\varepsilon=1,0)} = 20,90; k_{1,3(\varepsilon=1,5)} = 20,834; k_{1,3(\varepsilon=2,0)} = 20,77 \quad (8.13)$$

$$k_{2,3(\varepsilon=1,0)} = 3,13; k_{2,3(\varepsilon=1,5)} = 3,123; k_{2,3(\varepsilon=2,0)} = 3,12 \quad (8.14)$$

Упоредјујући вриједности коефицијената  $k_{i,j}$  (8.12; 8.13 и 8.14) са вриједностима односа параметара ослоне базе носеће конструкције моста претоварних дизалица добијају се следеће зависности:

$$\left( \frac{m''}{m'} \right) \left( \frac{n''}{n'} \right)^2 = 1,666 \cdot 2^2 = 6,664 \quad (8.15)$$

$$\left( \frac{m'''}{m''} \right) \left( \frac{n'''}{n''} \right)^2 = 2,333 \cdot 3^2 = 20,997 \quad (8.16)$$

$$\left( \frac{m'''}{m'} \right) \left( \frac{n'''}{n'} \right)^2 = 2,4 \cdot 1,5^2 = 3,14 \quad (8.17)$$

Види се, да су одступања теоријских вриједности коефицијената  $k_{1,2}$ ;  $k_{1,3}$  и  $k_{2,3}$  (8.12; 8.13 и 8.14) од вриједности (8.15; 8.16 и 8.17) веома мала (мања од 1%). То јасно потврђује да истраживања теоријских зависности односа крутости носећих конструкција претоварних дизалица зависи од распона моста  $m$  и односа растојања тачкова моста  $n$  степеновано на квадрат.

$$\frac{c_i}{c_j} = \left( \frac{m_j}{m_i} \right) \left( \frac{n_j}{n_i} \right)^2 \quad (8.18)$$

## 9. Прорачунски модел динамичког понашања носеће структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима

### 9.1. Једначине кретања утоварно-истоварних колица

Да би се обухватила сва оптерећења при конструисању и модернизацији дизалица утоварно-истоварним колицима на окретној платформи предложен је општи метод динамичког прорачуна њихових металних структура, на основу чега затим се могу прорачунати конкретне структуре дизалица као одвојене појединачне случајеве. Јасно је да је при овој анализи потребно дефинисати утицајне параметре на динамичко понашање носећих структура. [58] Проблем динамичког понашања дизалица је опширније разматран у [59, 60, 61, 62, 63, 64]. Осциловање металне структуре, које представља систем са бесконачно много системи слободе, разматраће се као осциловање еластичног система са коначним бројем степени слободе. У ту сврху укупна маса металне структуре замјењена једном или неколико редукованих маса, при чему систем мора имати минималан број степени слободе. До замјене постојећих маса структуре са редукованим масама долази се из претпоставке динамичке еквивалентности оба система.

Крутост дијелова механизма знатно је већа од крутости металне структуре, тако да се еластичност крутих преносника може занемарити, без смањења практичне тачности прорачуна металне структуре. Ово је потврђено и експерименталним подацима тензометријских испитивања механизма дизања и кретања. При разматрању прорачунског модела може се занемарити сопствено пригушење у структури због релативно малог утуцаја.

На основу анализе структура дизалица са утоварно-истоварном колицима на окретној платформи направљен је прорачунски модел њихове металне структуре као еластичног динамичког система (слика 9.1). Метална конструкција дизалице се разматра као један осмомасени систем са тринаест генерализаних координата. Дати прорачунски модел је општи за све типове дизалица са утоварно-истоварном колицима на окретној платформи и одговара стварним условима рада металне структуре, јер обухвата све елементе еластичности система и има минималан број степени слободе. [64]

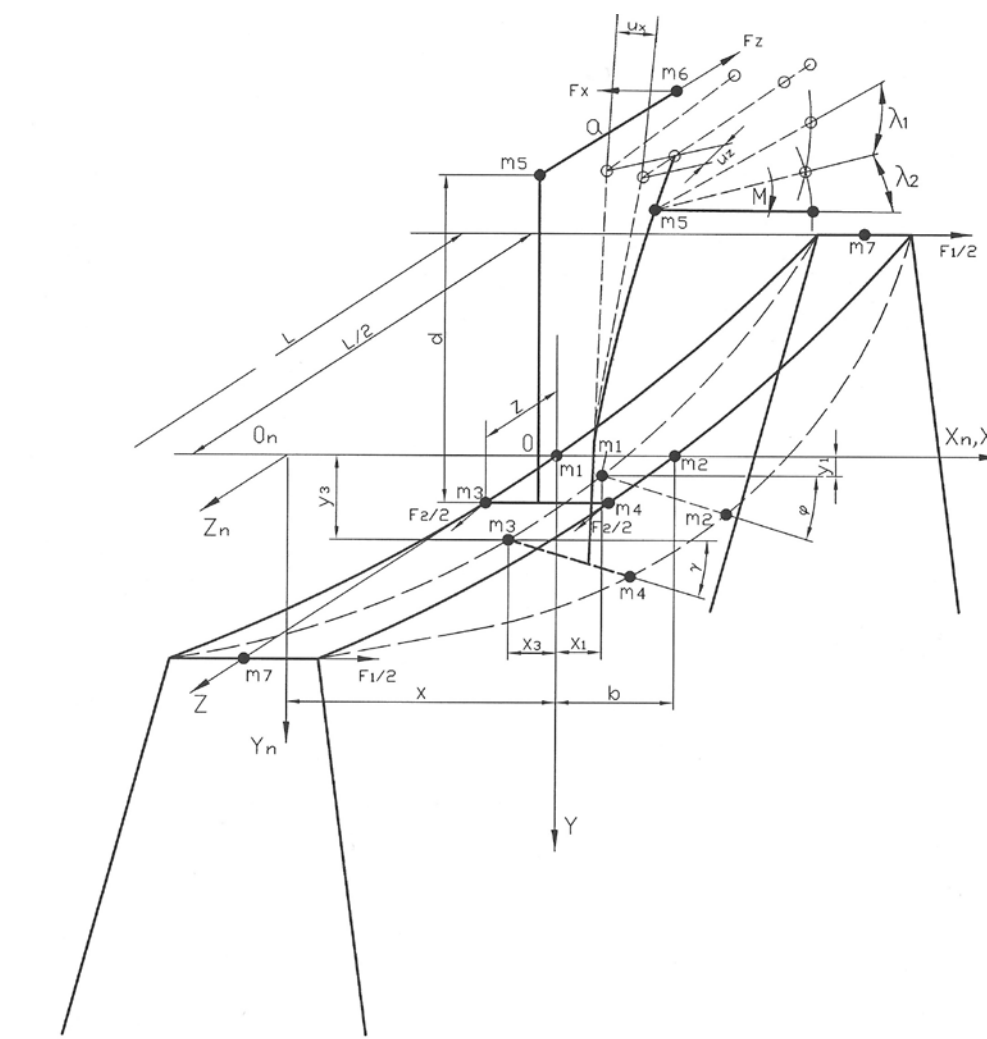
У даљем тексту ће бити размотрен случај истовременог рада свих основних механизма дизалице: кретања моста, кретања колица, подизања и окретања. Добија се систем једначина кретања металне структуре у општем облику, и могу се дефинисати сви практично могући случајеви рада механизма дизалице.

На прорачунском моделу на слици 9.1 [65] постоје два координатна система. Један од њих је  $O_N X_N Y_N Z_N$  са координатним почетком у  $O_N$  и он је непокретан. Други систем је  $OXYZ$  са координатним почетком у  $O$  и он се креће заједно са масама  $m_k$ . За почетак координатног система  $OXYZ$  бира се средина лијевог носача моста у положају равнотеже еластичног система: оса  $OX$  усмјерена је по хоризонтали дуж распона моста на страну десног носача моста. Оса  $OZ$  усмјерена је по хоризонтали дуж носача моста, а оса  $OY$  по вертикали на доњу страну.



Редуковане масе:

- $m_1$  - маса лијевог носача моста, предсављена на средини моста;
- $m_2$  - маса десног носача моста, предсављена на средини моста;
- $m_3$  - дио масе захватног уређаја, која се односи на лијеву половину моста
- $m_4$  - дио масе захватног уређаја, која се односи на десну половину моста
- $m_5$  - дио масе захватног уређаја, која је сведена на доњи крај захватног уређаја
- $m_6$  - маса терета и дио масе хоризонталне конзоле
- $m_7$  - маса крајева носача и дио редуковане масе моста.



Слика 9.1 - Прорачунски модел дизалице са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи [65]

Генералисане координате су:

- $x$  - хоризонтално помјерање по оси  $X$  тачке  $O$  од непокретне тачке  $O_h$ ;
- $x_1$  - хоризонтално помјерање масе  $m_1$  по оси  $X$  од тачке  $O$ ;
- $y_1$  - вертикално помјерање масе  $m_1$  по оси  $Y$  од тачке  $O$ ;
- $\varphi$  - угао између редукованих маса  $m_1$  и  $m_2$ ;
- $x_3$  - хоризонтално помјерање масе  $m_3$  по оси  $X$  од тачке  $O$ ;

- $u_3$  - вертикално помјерање масе  $m_3$  по оси Y од тачке O;
- $z$  - хоризонтално помјерање масе  $m_3$  по оси Z од тачке O;
- $\gamma$  - угао закретања колица;
- $d$  - вертикално помјерање маса  $m_5$  и  $m_6$ ;
- $u_x$  - помјерање горњег краја вертикалне конзоле по оси X;
- $u_z$  - помјерање горњег краја вертикалне конзоле по оси Z;
- $\lambda_1$  - угао закретања хоризонталне конзоле око осе вертикалне конзоле;
- $\lambda_2$  - угао закретања хоризонталне конзоле при замаху.

Спољашње силе:

- $F_1$  - сила механизма за кретање моста;
- $F_2$  - сила механизма за кретање колица;
- $M$  - момент на хоризонталној конзоли;
- $F_x$  и  $F_z$  - компоненте силе на крају хоризонталне конзоле.

## 9.2. Математичка формулација осциловања еластичног система

Сагласно прорачунском моделу на слици 9.1 дата је математичка формулација осциловања еластичног система примјеном Ларанжових једначина друге врсте:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} = Q_q \quad (9.1)$$

Гдје су:

$q = f(x, x_1, y, \phi, x_3, y_3, z, \gamma, d, u_x, u_z, \lambda_2, \lambda_1)$  - генерализане координате

$E_k$  и  $E_p$  - кинетичка и потенцијална енергија еластичног система.

Кинетичка и потенцијална енергија за приказани модел дизалице дефинисане су изразима [66] и гласе:

$$\begin{aligned}
 E_k = & \frac{1}{2}a_{00}\dot{x}^2 + a_{01}\dot{x}\dot{x}_1 + a_{04}\dot{x}\dot{x}_3 + a_{07}\dot{x}\dot{\gamma} + a_{09}\dot{x}\dot{u}_x + a_{0,12}\dot{x}\dot{\lambda}_1 + \frac{1}{2}a_{11}\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}a_{22}\dot{y}_1^2 + \\
 & + a_{23}\dot{y}_1\dot{\phi} + \frac{1}{2}a_{33}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}a_{44}\dot{x}_3^2 + a_{47}\dot{x}_3\dot{\gamma} + a_{49}\dot{x}_3\dot{u}_x + a_{4,12}\dot{x}_3\dot{\lambda}_1 + \frac{1}{2}a_{55}\dot{y}_3^2 + a_{57}\dot{y}_3\dot{\gamma} + \\
 & + a_{58}\dot{y}_3\dot{d} + a_{5,11}\dot{y}_3\dot{\lambda}_2 + \frac{1}{2}a_{66}\dot{z}^2 + a_{6,10}\dot{z}\dot{u}_z + a_{6,12}\dot{z}\dot{\gamma} + \frac{1}{2}a_{77}\dot{\gamma}^2 + a_{78}\dot{\gamma}\dot{d} + a_{79}\dot{\gamma}\dot{u}_z + \\
 & + a_{7,11}\dot{\gamma}\dot{\lambda}_2 + a_{7,12}\dot{\gamma}\dot{\lambda}_1 + \frac{1}{2}a_{88}\dot{d}^2 + a_{8,11}\dot{d}\dot{\lambda}_2 + \frac{1}{2}a_{99}\dot{u}_x^2 + a_{9,12}\dot{u}_x\dot{\lambda}_1 + \frac{1}{2}a_{10,10}\dot{u}_z^2 + \\
 & + a_{10,12}\dot{u}_z\dot{\lambda}_1 + \frac{1}{2}a_{11,11}\dot{\lambda}_2^2 + \frac{1}{2}a_{12,12}\dot{\lambda}_1^2 \\
 E_p = & \frac{1}{2}c_{11}x_1^2 + c_{14}x_1x_3 + \frac{1}{2}c_{22}y_1^2 + c_{23}y_1\phi + c_{25}y_1y_3 + c_{27}y_1\phi + \frac{1}{2}c_{33}\phi^2 + c_{35}\phi y_3 + \\
 & + c_{37}\phi\gamma + \frac{1}{2}c_{44}x_3^2 + \frac{1}{2}c_{55}y_3^2 + c_{57}y_3\gamma + \frac{1}{2}c_{77}\gamma^2 + \frac{1}{2}c_{88}d^2 + \frac{1}{2}c_{99}u_x^2 + \frac{1}{2}c_{10,10}u_z^2 + \\
 & + \frac{1}{2}c_{12,12}\lambda_1^2
 \end{aligned} \tag{9.2}$$

Примјеном методе виртуелних помјерања добијају се генералисане силе:

- 1)  $Q_x = F_1 + F_x + m_6 a \cos \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 2)  $Q_{x1} = 0$ ;
- 3)  $Q_{y1} = 0$ ;
- 4)  $Q_\phi = 0$ ;
- 5)  $Q_{x3} = F_x + m_6 a \cos \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 6)  $Q_{y3} = -(m_5 + m_6) \ddot{d}$ ;
- 7)  $Q_z = F_2 + F_z + m_6 a \sin \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 8)  $Q_\gamma = -F_x d - \frac{1}{2}(m_5 + m_6) b \ddot{d} - m_6 a d \cos \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 9)  $Q_d = -(m_5 + m_6) \ddot{d}$ ;
- 10)  $Q_{ux} = -F_x - m_6 a \cos \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 11)  $Q_{uz} = F_z + m_6 a \sin \lambda_1 \ddot{\lambda}_1$ ;
- 12)  $Q_{\lambda 2} = M + m_6 a \ddot{d}$ ;

$$13) Q_{\lambda 1} = -F_x a - (I_5 + m_6 a^2) \ddot{\lambda}_1.$$

Замјеном вриједности извода за  $E_k$  и  $E_p$  у једначине 9.1 добија се систем једначина:

$$\left. \begin{aligned} 0) & a_{00} \ddot{x} + a_{01} \ddot{x}_3 - a_{04} \ddot{x}_3 + a_{07} \ddot{y} + a_{09} \ddot{u}_x + a_{012} \ddot{\lambda}_1 = Q_x; \\ 1) & a_{10} \ddot{x} + a_{11} \ddot{x}_1 + c_{11} x_1 + c_{14} x_3 = 0 \\ 2) & a_{22} \ddot{y}_1 + a_{23} \ddot{\phi} + c_{22} y_1 + c_{23} \phi + c_{25} y_3 + c_{27} \gamma = 0; \\ 3) & a_{32} \ddot{y}_1 + a_{33} \ddot{\phi} + c_{32} y_1 + c_{33} \phi + c_{35} y_3 + c_{37} \gamma = 0; \\ 4) & a_{40} \ddot{x} + a_{44} \ddot{x}_3 + a_{47} x \ddot{y} + a_{49} u_x + a_{412} \ddot{\lambda}_1 + c_{41} x_1 + c_{44} x_3 = Q_{x3}; \\ 5) & a_{55} \ddot{y}_3 + a_{57} \ddot{y} + a_{58} d_1 + a_{511} \ddot{\lambda}_2 + c_{52} y_1 + c_{53} \phi + c_{55} y_3 + c_{57} \gamma = Q_{y3}; \\ 6) & a_{66} \ddot{z} + a_{610} \ddot{u}_z + a_{612} \ddot{\lambda}_1 = Q_z; \\ 7) & a_{70} \ddot{x} + a_{74} \ddot{x}_3 + a_{75} \ddot{y}_3 + a_{77} \ddot{y} + a_{78} \ddot{d}_1 + a_{79} \ddot{u}_z + a_{711} \ddot{\lambda}_2 + a_{712} \ddot{\lambda}_1 + \\ & + c_{72} y_1 + c_{73} \phi + c_{75} y_3 + c_{77} \gamma = Q_\gamma; \\ 8) & a_{85} \ddot{y}_3 + a_{87} \ddot{y} + a_{88} \ddot{d}_1 + a_{811} \ddot{\lambda}_2 + c_{88} d = Q_d; \\ 9) & a_{90} \ddot{x} + a_{94} \ddot{x}_3 + a_{97} \ddot{y} + a_{99} \ddot{u}_x + a_{912} \ddot{\lambda}_1 + c_{99} u_x = Q_{ux}; \\ 10) & a_{106} \ddot{z} + a_{1010} \ddot{u}_z + a_{1012} \ddot{\lambda}_1 + c_{1010} u_z = Q_{uz}; \\ 11) & a_{115} \ddot{y}_3 + a_{117} \ddot{y} + a_{118} \ddot{d} + a_{1111} \ddot{\lambda}_2 = Q_{\lambda 2}; \\ 12) & a_{120} \ddot{x} + a_{124} \ddot{x}_3 + a_{126} \ddot{z} + a_{127} \ddot{y} + a_{129} \ddot{u}_x + a_{1210} \ddot{u}_z + a_{1212} \ddot{\lambda}_1 + c_{1212} \lambda_1 = Q_{\lambda 1}. \end{aligned} \right\} (9.3)$$

Гдје су:

$a_{ik}$  - коефицијенти маса;

$c_{ik}$  - коефицијенти крутости;

$i$  - број једначина;

$k$  - број независно промјенљивих.

Даље следи да је:

$$\begin{aligned} 0) & a_{00} = M; a_{01} = m_1 + m_2; a_{04} = m_3 + m_4 + m_5 + m_6; a_{07} = -(m_5 + m_6) d; a_{012} = -m_6 a \cos \alpha \\ 1) & a_{10} = a_{01}; a_{11} = m_1 + m_2; c_{11} = 2c_{1r}; c_{14} = c_{4r} + c_{2r}; \\ 2) & a_{22} = m_1 + m_2; a_{23} = m_2 b; c_{22} = 2c_1; c_{23} = c_1 b; c_{25} = c_4 + c_2; c_{27} = \frac{1}{2}(c_4 + c_2) b; \\ 3) & a_{32} = a_{23}; a_{33} = m_2 b^2; c_{32} = c_{23}; c_{33} = c_1 b^2; c_{35} = \frac{1}{2}(c_4 + c_2) b; c_{37} = \frac{1}{2}(c_4 + c_6) b; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad & a_{40} = a_{04}; \quad a_{44} = m_3 + m_4 + m_5 + m_6; \quad a_{47} = -(m_5 + m_6)d; \quad a_{4,12} = -m_6 a \cos \lambda_1; \\
 & a_{49} = -(m_5 + m_6); \quad c_{41} = c_{14}; \quad c_{44} = 2c_{3r}; \\
 5) \quad & a_{55} = m_3 + m_4 + m_5 + m_6; \quad a_{57} = \frac{1}{2}(2m_4 + m_5 + m_6)b; \quad a_{58} = m_5 + m_6; \quad a_{5,11} = -m_6 a; \\
 & c_{52} = c_{25}; \quad c_{53} = c_{35}; \quad c_{55} = 2c_3; \quad c_{57} = 2c_3 b; \\
 6) \quad & a_{65} = m_3 + m_4 + m_5 + m_6; \quad a_{6,10} = m_5 + m_6; \quad a_{6,12} = -m_6 a \sin \lambda_1; \\
 7) \quad & a_{70} = a_{74} = a_{07}; \quad a_{75} = a_{57}; \quad a_{77} = \left(4m_4 + m_5 + m_6\right) \frac{b^2}{4} + (m_5 + m_6)d^2; \\
 & a_{78} = \frac{1}{2}(m_5 + m_6)b; \quad a_{79} = (m_5 + m_6)d; \quad a_{7,11} = -\frac{1}{2}m_6 ab; \quad a_{7,12} = -\frac{1}{2}m_6 a l \cos \lambda_1; \\
 & c_{72} = c_{27}; \quad c_{73} = c_{37}; \quad c_{75} = c_{57}; \quad c_{77} = c_3 b^2; \\
 8) \quad & a_{85} = a_{88} = a_{58}; \quad a_{87} = a_{78}; \quad a_{8,11} = -m_6 a; \quad c_{88} = \frac{EF}{d}; \\
 9) \quad & a_{90} = a_{94} = a_{09}; \quad a_{97} = a_{79}; \quad a_{99} = m_5 + m_6; \quad a_{9,12} = -ma \cos \lambda_1; \quad c_{99} = \frac{3EI_z}{d^3}; \\
 10) \quad & a_{10,6} = a_{10,10} = a_{6,10}; \quad a_{10,12} = -m_6 a \sin \lambda_1; \quad c_{10,10} = \frac{3EI_x}{d^3}; \\
 11) \quad & a_{11,5} = a_{11,8} = a_{5,11}; \quad a_{11,7} = a_{7,11}; \quad a_{11,11} = m_6 a^2; \\
 12) \quad & a_{12,0} = a_{12,4} = a_{0,12}; \quad a_{12,6} = a_{6,12}; \quad a_{12,7} = a_{7,12}; \quad a_{12,12} = I_5 + m_6 a^2; \quad a_{12,9} = a_{9,12}; \\
 & a_{12,10} = a_{10,12}; \quad c_{12,12} = \frac{GI_p}{d}.
 \end{aligned}$$

Добијени систем 9.3 представља једначине кретања претоварне мосне дизалице у општем случају.

Добијени систем једначина 9.3 представља једначине кретања носеће структуре претоварне дизалице са утоварно-истоварном колицима на окретној платформи у општем случају, који омогућава да се одреде динамичка оптерећења која дјелују на металну конструкцију при одвојеном и истовременом раду механизма дизалице у различитим периодима рада.

### 9.3. Прорачунски модел носеће претоварне мосне дизалице при раду механизма за кретање колица

Прорачунски модел дизалице са утоварно-истоварним колицима на окретној платформи приказан је на слици 9.2. Претпоставка је да су колица оптерећена и да се налазе на средини моста, при чему је стрела постављена попречно у односу на осу моста. У том случају [64] је:

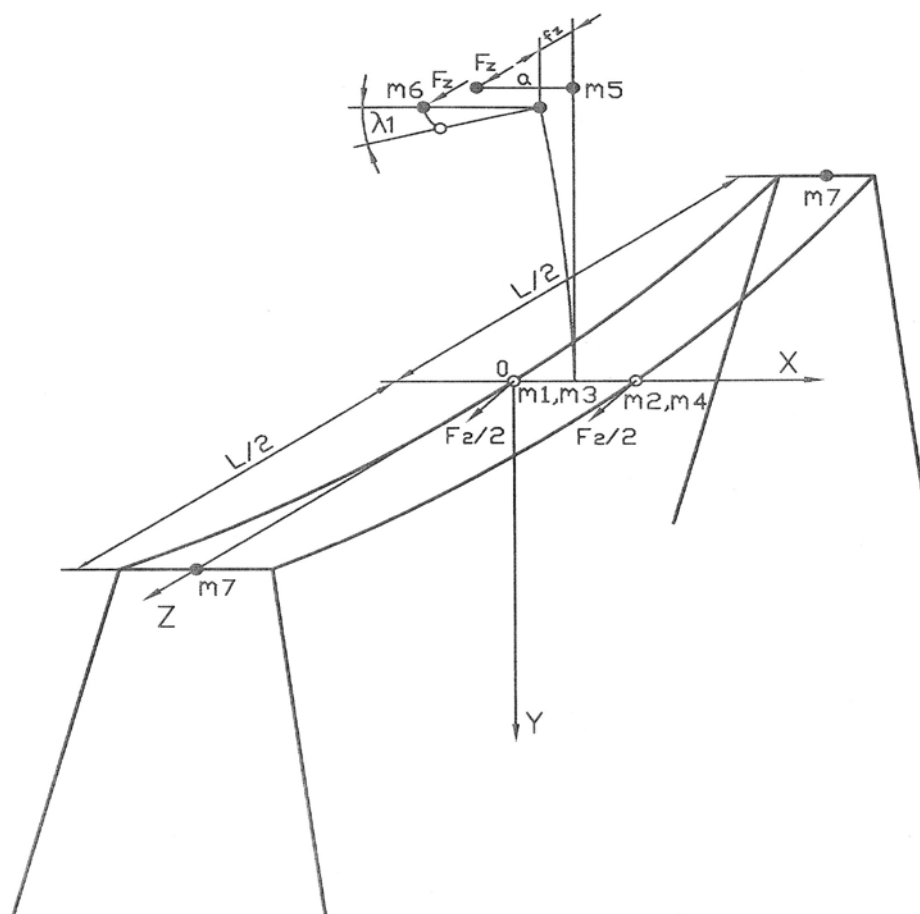
$$x=0; \quad \ddot{x}=0; \quad d = const; \quad \ddot{d} = 0;$$

$$x_1 = 0; \quad \ddot{x}_1 = 0; \quad u_x = 0; \quad \ddot{u}_x = 0;$$

$$x_3 = 0; \quad \ddot{x}_3 = 0; \quad \lambda_2 = 0; \quad \ddot{\lambda}_2 = 0;$$

$$y_3 \approx y_1; \ddot{y}_3 \approx \ddot{y}_1; \lambda_1 = \pi/2; \ddot{\lambda}_1 = 0;$$

$$\varphi \approx \gamma; \ddot{\varphi} \approx \ddot{\gamma}; F_1 = M = F_x = 0.$$



Слика 9.2 - Прорачунски модел дизалице за случај кретања оптерећених колица

Сада систем једначина (9.3) гласи:

$$a_{66}\ddot{z} + a_{610}\ddot{u}_z + a_{612}\ddot{\lambda}_1 = F_2 + F_z; a_{106}\ddot{z} + a_{1010}\ddot{u}_z + a_{1012}\ddot{\lambda}_1 + c_{1010}u_z = F_z;$$

$$a_{126}\ddot{z} + a_{1210}\ddot{u}_z + a_{1212}\ddot{\lambda}_1 + c_{1212}\lambda_1 = -F_z a.$$

Ако се из овог система елиминишу чланови који садрже  $z$  добије се следећи систем једначина:

$$\begin{aligned} a_{1f}\ddot{u}_z + a_{1\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_f u_z &= a_{10} \\ a_{2f}\ddot{u}_z + a_{2\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_\alpha \lambda_1 &= a_{20} \end{aligned} \quad (9.4)$$

Гдје су:

$$a_{1\alpha} = a_{66}a_{10;12} - a_{10;12} - a_{10;6}a_{6;10}; \quad c_f = a_{66}c_{10;10}; \quad a_{1Q} = -a_{10;6}F_2 + (a_{66} - a_{10;6})F_z;$$

$$a_{2f} = a_{66}a_{12;10} - a_{12;6}a_{6;10}; \quad a_{2\alpha} = a_{66}a_{12;12} - a_{12;6}a_{6;12}; \quad c_f = a_{66}c_{12;12}; \quad a_{2Q} = -a_{12;6}F_2 - (a_{12;6} - a_{66}a)F_z.$$

На систем делују спољашње силе  $F_2$  и  $F_z$ .

Варијанта I.  $F_2(t) = N_2 e^{-n_2 t}$ ;  $F_z = const$ . Систем једначина (9.4) добија облик:

$$a_{1f}\ddot{u}_z + a_{1\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_f u_z = -a_{10;6}N_2 e^{-n_2 t} + (a_{66} - a_{10;6})F_z;$$

$$a_{2f}\ddot{u}_z + a_{2\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_\alpha \lambda_1 = -a_{12;6}N_2 e^{-n_2 t} - (a_{12;6} - a_{66}a)F_z.$$

Опште рјешење овог система једначина је:

$$u_z = A_{10}^{(10)} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + A_{10}^{(12)} \sin(\omega_{12}t + \delta_{12}) + C_{10}e^{-n_2 t} + D_{10};$$

$$\lambda_1 = A_{12}^{(10)} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + A_{12}^{(12)} \sin(\omega_{12}t + \delta_{12}) + C_{12}e^{-n_2 t} + D_{12}.$$

Гдје су:

$$C_{10} = \frac{\begin{vmatrix} -a_{10;6}N_2 & a_{1\alpha}n_2^2 \\ -a_{12;6}N_2 & a_{2\alpha}n_2^2 - c_\alpha \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1f}n_2^2 + c_f & a_{1\alpha}n_2^2 \\ a_{2f}n_2^2 & a_{2\alpha}n_2^2 + c_\alpha \end{vmatrix}} = \frac{\Delta_{10}}{\Delta}; \quad C_{12} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta}$$

$\Delta$  - детерминанта система диференцијалних једначина;

$\Delta_{10}$  и  $\Delta_{12}$  - детерминанте  $\Delta$  у којима су умјесто прве и друге колоне унесене вриједности на десној страни једначина.

$$D_{10} = \frac{(a_{66} - a_{10;6})F_z}{c_f};$$

$$D_{12} = \frac{-(a_{12;6} - a_{66}a)F_z}{c_\alpha}.$$

Варијанта II.  $F_2 = N_2 = const$ ;  $F_z = const$ .

Систем једначина (9.4) добија облик:

$$a_{1f}\ddot{u}_z + a_{1\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_f u_z = -a_{10;6}N_2 + (a_{66} - a_{10;6})F_z;$$

$$a_{2f}\ddot{u}_z + a_{2\alpha}\ddot{\lambda}_1 + c_\alpha \lambda_1 = -a_{12;6}N_2 - (a_{12;6} - a_{66}a)F_z.$$

Опште рјешење овог система једначина је:

$$u_z = A_{10}^{(10)} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + A_{10}^{(12)} \sin(\omega_{12}t + \delta_{12}) + D'_{10}$$

$$\lambda_1 = A_{12}^{(10)} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + A_{12}^{(12)} \sin(\omega_{12}t + \delta_{12}) + D'_{12}$$

Гдје су:

$$D'_{10} = \frac{-a_{10.6}N_2 + (a_{66} - a_{10.6})F_z}{c_f};$$

$$D'_{12} = \frac{a_{12.6}N_4 - (a_{12.6} - a_{66}a)F_z}{c_\alpha}.$$

Динамичка оптерећења:

$$P_{vz} = u_z c_v;$$

$$M_{zu} = \lambda_1 c_{zu},$$

Гдје су:

$P_{vz}$  - сила на горњем крају захватног уређаја у правцу z-осе;

$c_v$  - крутост на савијање захватног уређаја;

$M_{zu}$  - динамички момент на горњем крају захватног уређаја;

$c_{zu}$  - торзиона крутост захватног уређаја.

Размотрићемо случај приближног рјешење једначина кретања при раду механизма кретања колица, под претпоставком да је  $F_2 = N_2 = const$ ;  $F_z = const$ .

I случај: Приближно одређивање динамичког оптерећења које дјелује у хоризонталној равни на горњем крају захватног уређаја у правцу z- осе. Претпоставимо да су колица апсолутно круга на увијање. Диференцијална једначина кретања је:

$$a_{1f} \ddot{u}_z + c_f u_z = -a_{10.6}N_2 + (a_{66} - a_{10.6})F_z \quad (9.5)$$

а кружна фреквенција осциловања по z-оси

$$\omega_f = \sqrt{\frac{c_f}{a_{1f}}}$$

Рјешење диференцијалне једначине:

$$u_z = A_f \sin(\omega_f t + \delta'_f) + A_{10}^{(12)} \sin + D'_{10}$$



Хоризонтално динамичко оптерећење које дјелује на горњем крају захватног уређаја:

$$P_{vz} = u_z c_v$$

II случај: Приближно одређивање динамичког момента торзије на горњем крају захватног уређаја. Ако се претпостави да су колица круте конструкције, диференцијална једначина кретања гласи:

$$a_{2\alpha} \ddot{\lambda}_1 + c_\alpha \dot{\lambda}_1 = -a_{12,6} N_2 - (a_{12,6} - a_{66} a) F_z,$$

а кружна фреквенција осциловања

$$\omega_\alpha = \sqrt{\frac{c_\alpha}{a_{2f}}}$$

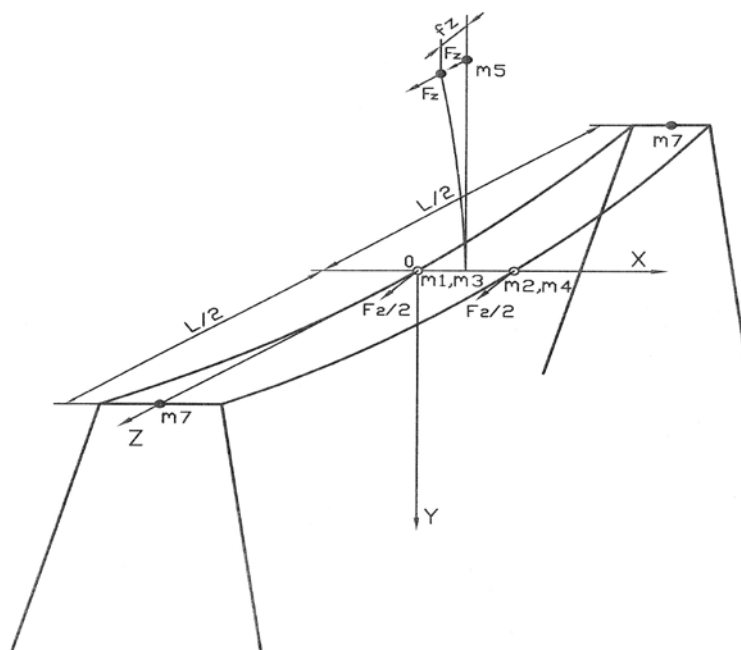
Рјешење диференцијалне једначине кретања је:

$$\lambda_1 = A_\alpha \sin(\omega_\alpha t + \delta_\alpha) + D'_{12}$$

Момент на горњем крају захватног уређаја:

$$M_{zu} = \lambda_1 c_{zu}$$

Прорачунски модел дизалице са неоптерећеним колицима на средини моста приказан је слици 9.3.



Слика 9.3 - Прорачунски модел дизалице за случај кретања неоптерећених колица [65]

С обзиром да колица нису оптерећена то је:  $m_6 = 0$ ,  $a = 0$ ,  $\lambda_1 = \dot{\lambda}_1 = \ddot{\lambda}_1 = 0$ . Сада се изостављају и чланови који садрже  $\lambda_1$ ,  $\dot{\lambda}_1$  и  $\ddot{\lambda}_1$ , па систем једначина (9.3) сада гласи:

$$a_{66}\ddot{z} + a_{610}\ddot{u}_z = F_2 + F_z;$$

$$a_{106}\ddot{z} + a_{1010}\ddot{u}_z + c_{1010}u_z = F_z.$$

Ако се из овог система елиминишу чланови који садрже  $\ddot{z}$  добије се једначина:

$$(a_{66}a_{1010} - a_{106}a_{610})\ddot{u}_z + a_{66}c_{1010}u_z = a_{106}F_2 + (a_{66} - a_{106})F_z.$$

Односно :

$$a_{1f}\ddot{u}_z + c_f u_z = a_{10} \tag{9.6}$$

Кружна фреквенција осциловања система је:

$$\omega_{10} = \sqrt{\frac{c_f}{a_{1f}}}$$

Варијанта I.  $F_2(t) = N_2 e^{-n_2 t}$ ;  $F_z = const$ . Једначина (9.5) је сада:

$$a_{1f}\ddot{u}_z + c_f u_z = -a_{106}N_2 e^{-n_2 t} + (a_{66} - a_{106})F_z$$

Опште рјешење диференцијалне једначине је:

$$u_z = A_{10} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + C_{10} e^{-n_2 t} + D_{10}$$

Гдје су :

$$C_{10} = \frac{a_{106}N_2}{a_{1f}n_2^2 + c_f}; \quad D_{10} = \frac{(a_{66} - a_{106})F_z}{c_f}.$$

Варијанта II.  $F_2 = N_2 = const$ ;  $F_z = const$ . Једначина (9.6) је сада:

$$a_{1f}\ddot{u}_z + c_f u_z = -a_{106}N_2 + (a_{66} - a_{106})F_z$$

Опште рјешење диференцијалне једначине је:

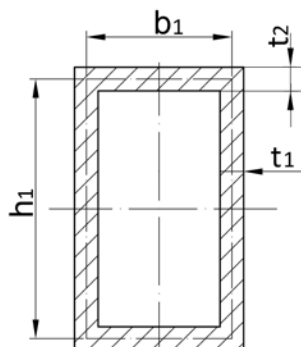
$$u_z = A_{10} \sin(\omega_{10}t + \delta_{10}) + D_{10}$$

Гдје је:

$$D_{10} = \frac{-a_{106}N_2 + (a_{66} - a_{106})F_z}{c_f}$$

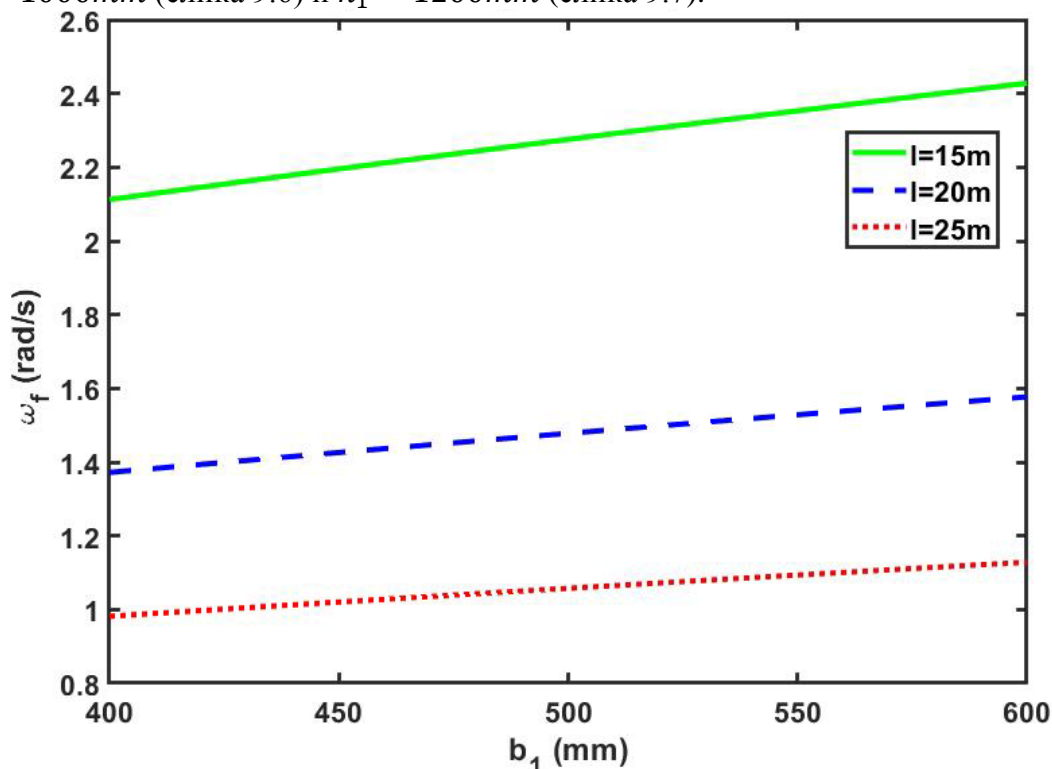
#### 9.4. Нумеричка анализа утицаја величине попречног пресека и дебљине лимова на сопствене фреквенције

На основу једначине 9.5. извршена је анализа утицаја односа дебљина појасних и вертикалних лимова главног подужног носача претоварне мосне дизалице на сопствене фреквенције. Графици сопствених фреквенција при различитим параметрима урађени су у програмском пакету Matlab.

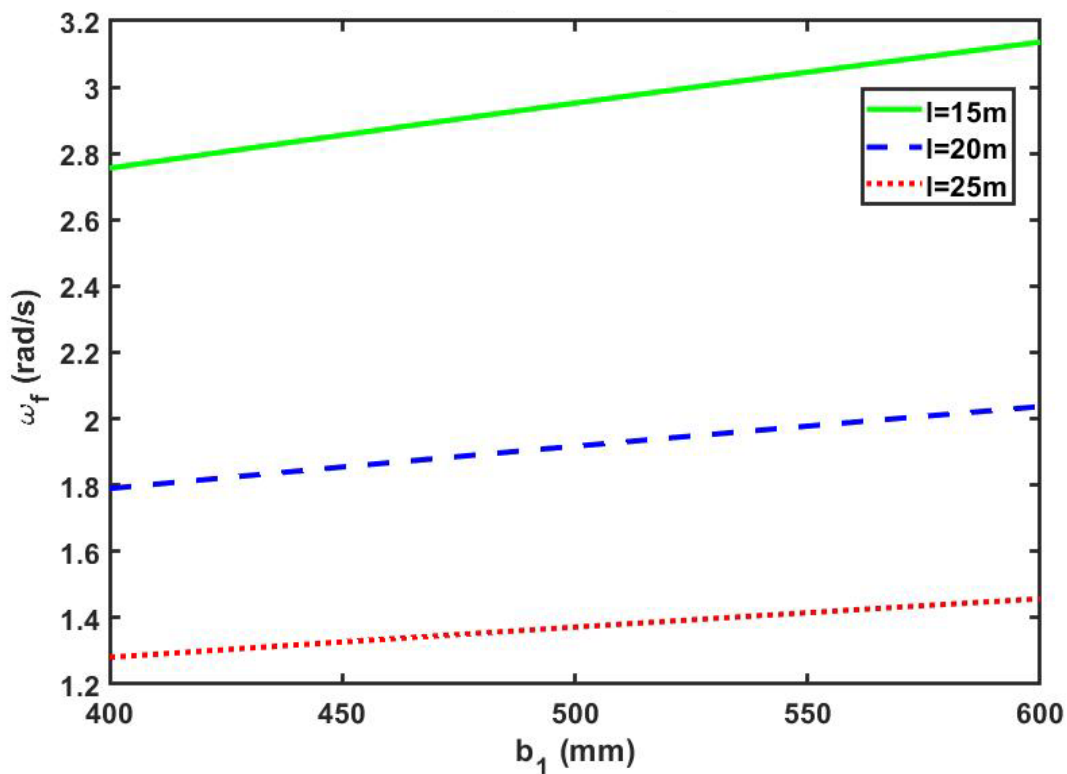


Слика 9.4. - Попречни пресјек главног сандучастог носача

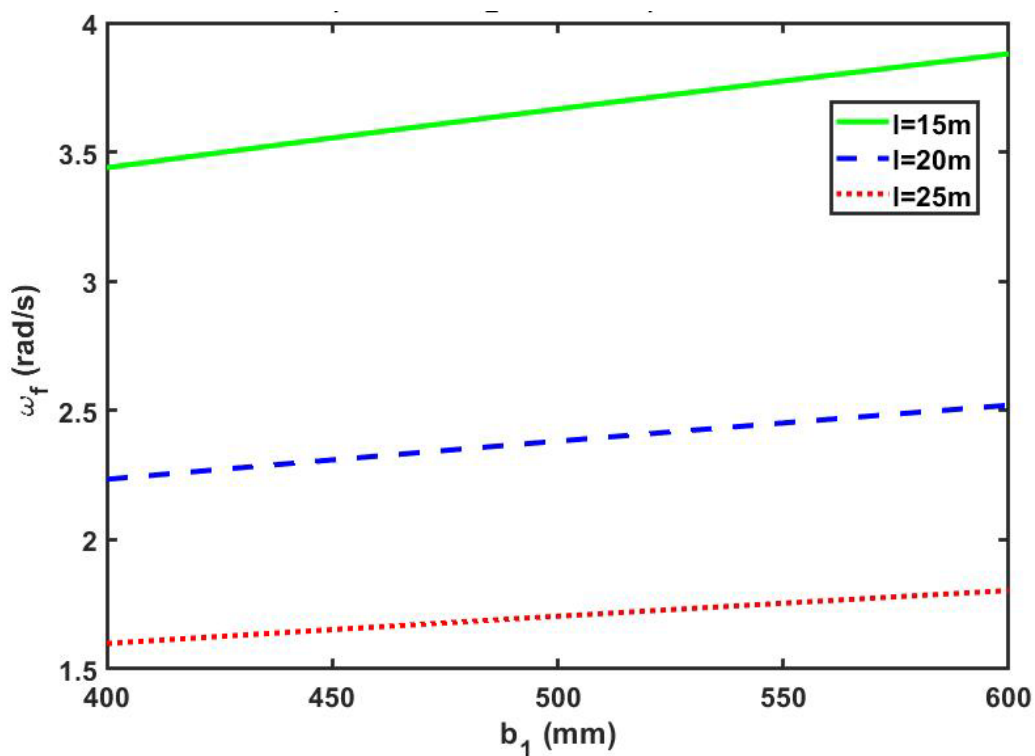
У овим истраживањима анализиран је случај извођења носача сандучастог типа са поравнатим ивицама појасних и вертикалних лимова. Дужине носача су  $l_1=15\text{m}$ ,  $l_2=20\text{m}$  и  $l_3=25\text{m}$ , а дебљине лимова су  $t_1=10\text{mm}$ ;  $12\text{mm}$  и  $14\text{mm}$  и  $t_2=12\text{mm}$ ;  $15\text{mm}$  и  $18\text{mm}$ . Ширина попречног пресека  $b_1$  је од  $400\text{mm}$  до  $600\text{mm}$  а висина  $h_1$  од  $800\text{mm}$  до  $1200\text{mm}$ . За различите висине сандучастих носача, и исте дебљине вертикалних и хоризонталних лимова, коришћењем софтверског пакета Matlab, добијене су сопствене фреквенције за  $t_1 = 10\text{mm}$ ,  $t_2 = 12\text{mm}$  и различите висине  $h_1 = 800\text{mm}$  (слика 9.5),  $h_2 = 1000\text{mm}$  (слика 9.6) и  $h_1 = 1200\text{mm}$  (слика 9.7).



Слика 9.5 – Сопствене фреквенције за  $t_1=10\text{mm}$ ,  $t_2=12\text{mm}$  и  $h_1=800\text{mm}$



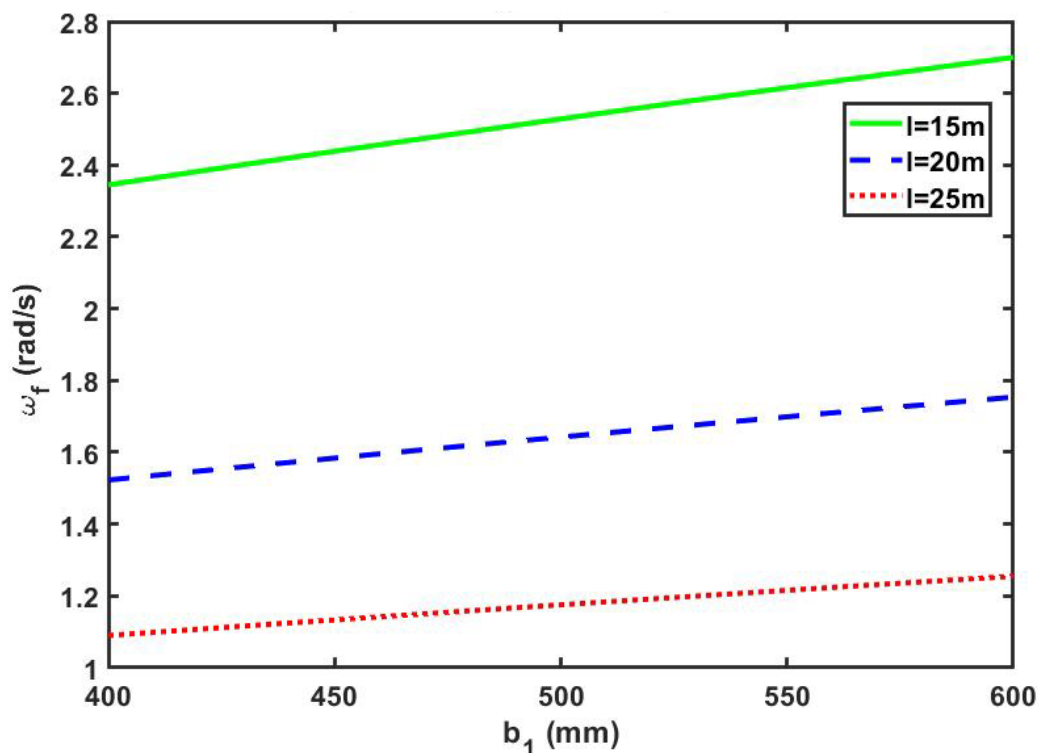
Слика 9.6 – Сопствене фреквенције за  $t_1=10mm$ ,  $t_2=12mm$  и  $h_1=1000mm$



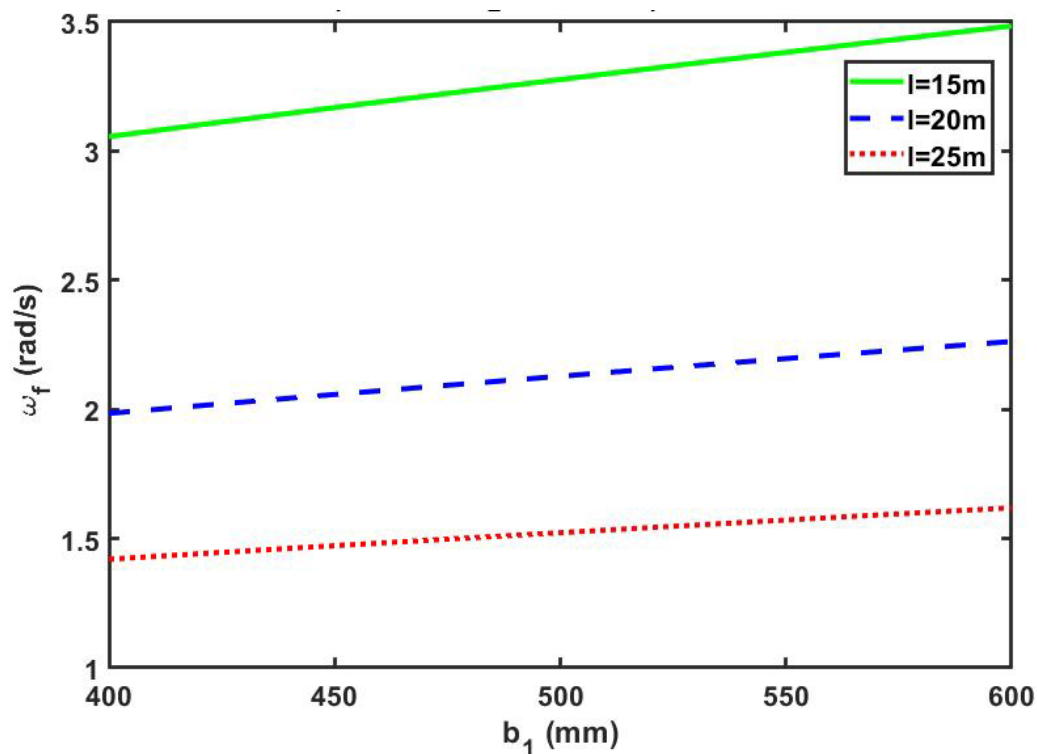
Слика 9.7 – Сопствене фреквенције за  $t_1=10mm$ ,  $t_2=12mm$  и  $h_1=1200mm$

Са слика 9.5, 9.6 и 9.7 може се уочити да са повећањем величине  $b_1$  сопствена фреквенција линеарно расте са повећањем  $h_1$  за све три дужине. Највеће повећање сопствене фреквенције је за  $l=15\text{m}$  и  $h_1=1000\text{mm}$  и износи 13,80%, а најмање за  $l=25\text{m}$  и  $h_1=1200\text{mm}$  и износи 12,88%.

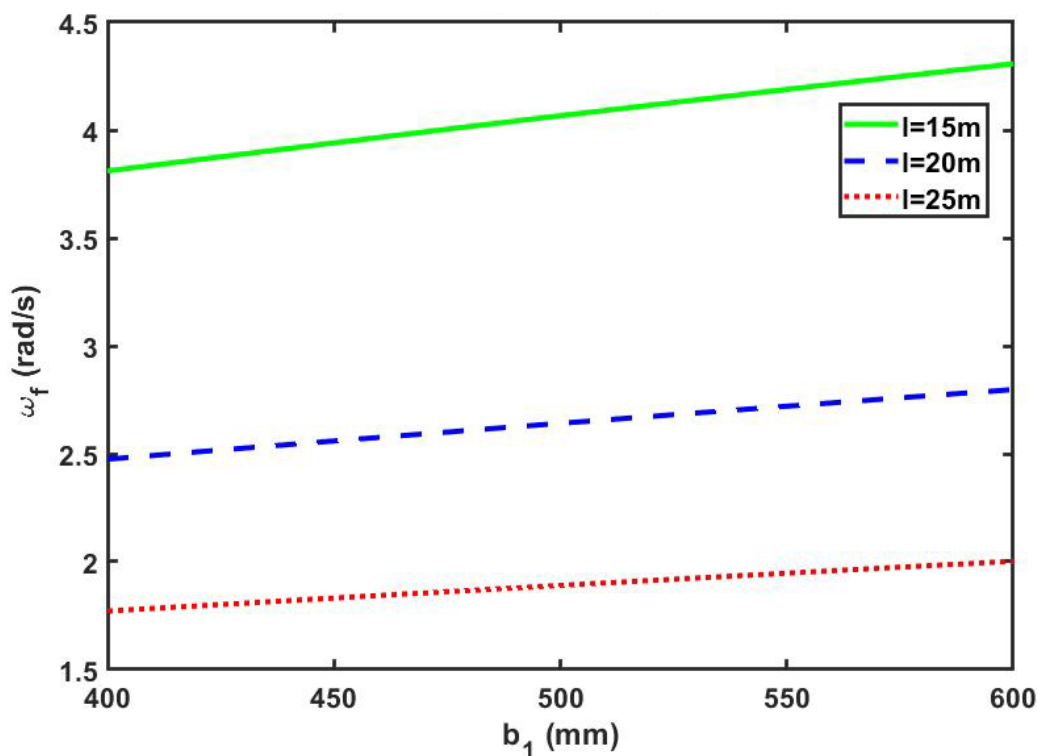
На сликама 9.8, 9.9 и 9.10 су дате вриједности сопствених фреквенција за  $t_1=12\text{mm}$  и  $t_2=15\text{mm}$  и исте вриједности  $b_1$ ,  $l$  и  $h_1$  као у претходном случају.



Слика 9.8. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12\text{mm}$ ,  $t_2=15\text{mm}$  и  $h_1=800\text{mm}$



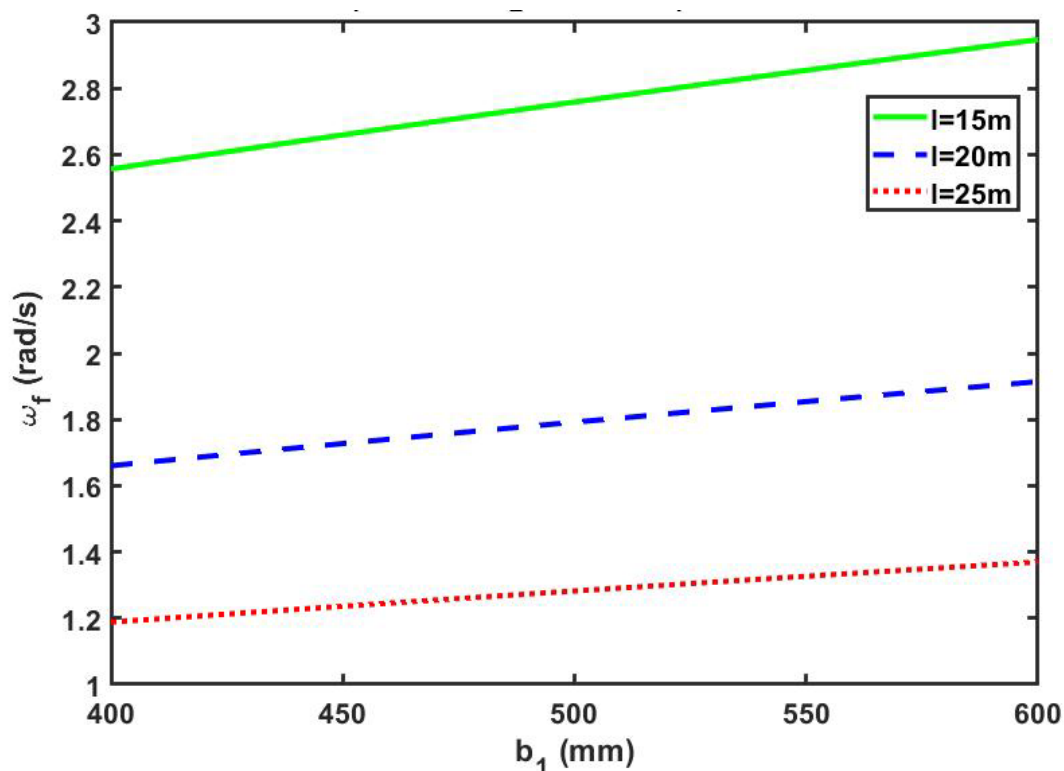
Слика 9.9. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12mm$ ,  $t_2=15mm$  и  $h_1=1000mm$



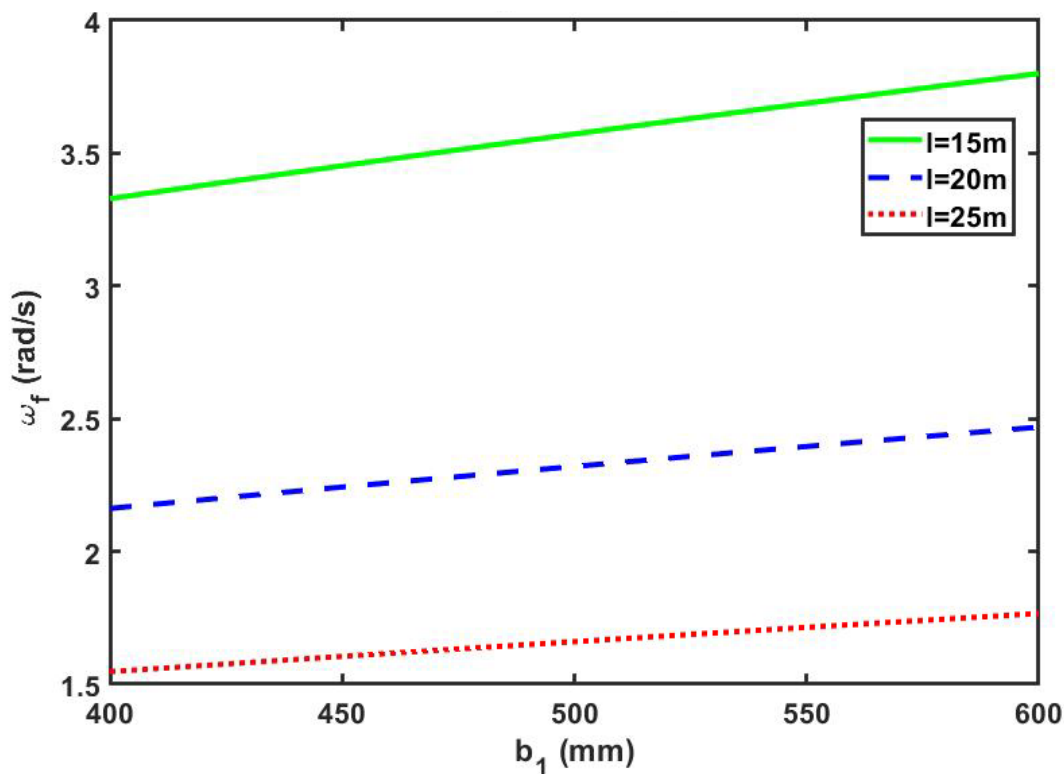
Слика 9.10. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12mm$ ,  $t_2=15mm$  и  $h_1=1200mm$

Најевеће повећање сопствене фреквенције је за вриједности  $l=15m$  и  $h_1=800mm$  и износи 15,15% а најмање за  $l=25m$  и  $h_1=1200mm$  и износи 13,03%.

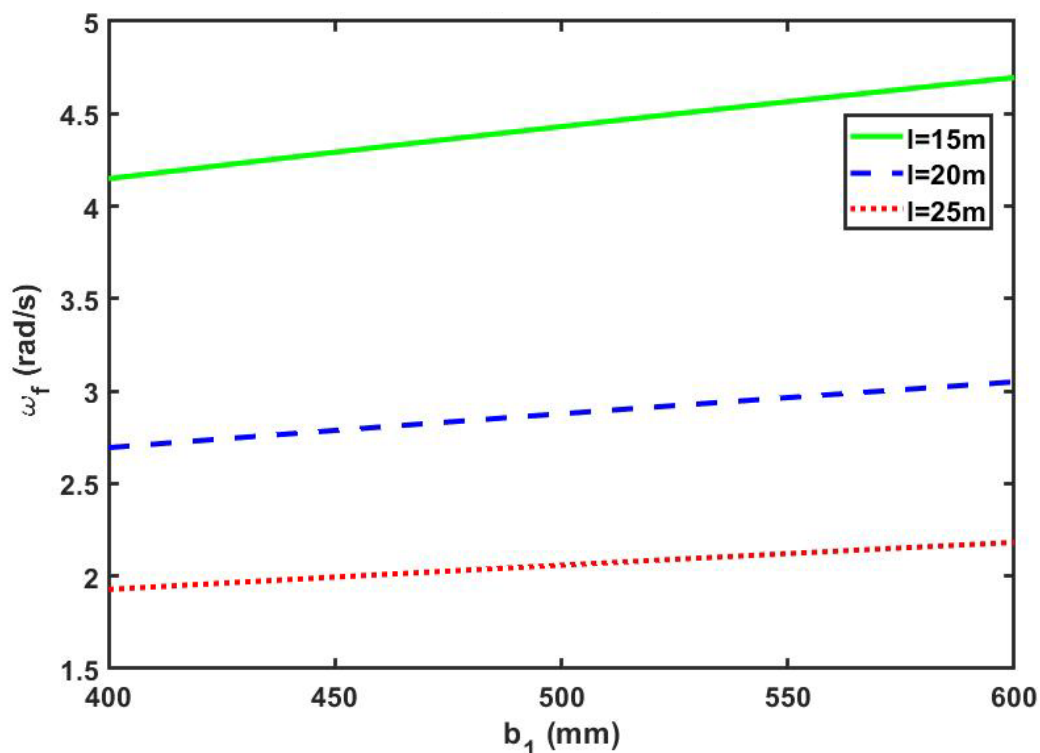
Слике 9.11, 9.12 и 9.13 приказују вриједности сопствених фреквенција за  $t_1=14\text{mm}$  и  $t_2=18\text{mm}$  и исте остале параметре као у претходним случајевима.



Слика 9.11. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14\text{mm}$ ,  $t_2=18\text{mm}$  и  $h_1=800\text{mm}$



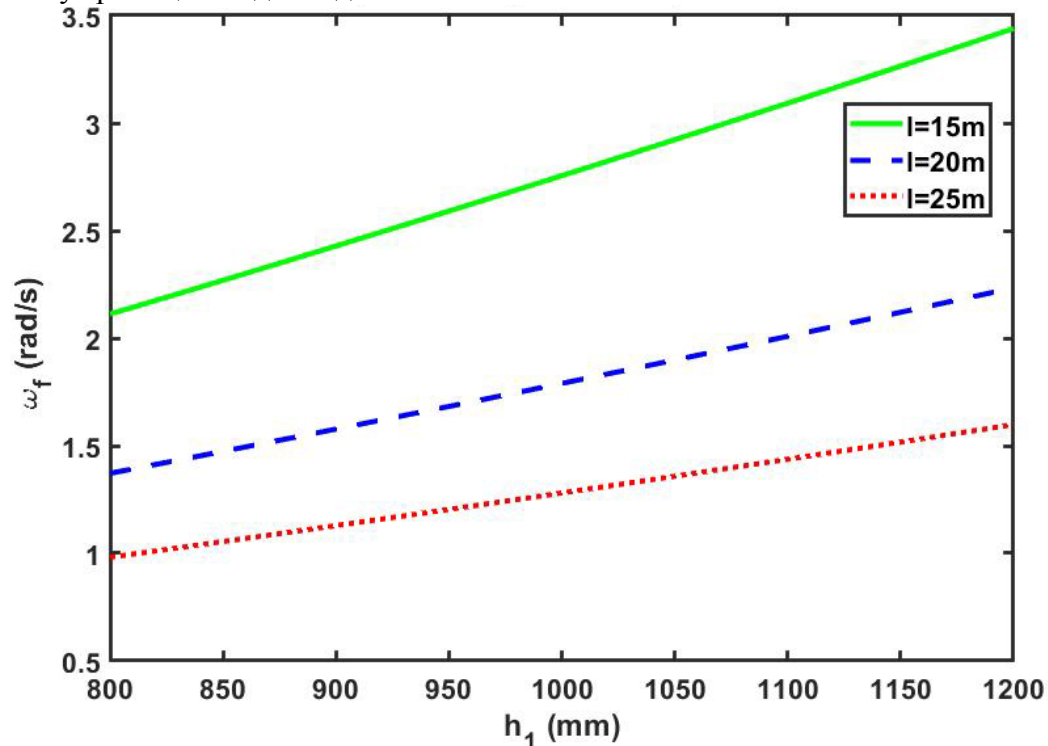
Слика 9.12. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14\text{mm}$ ,  $t_2=18\text{mm}$  и  $h_1=1000\text{mm}$



Слика 9.13. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14mm$ ,  $t_2=18mm$  и  $h_1=1200mm$

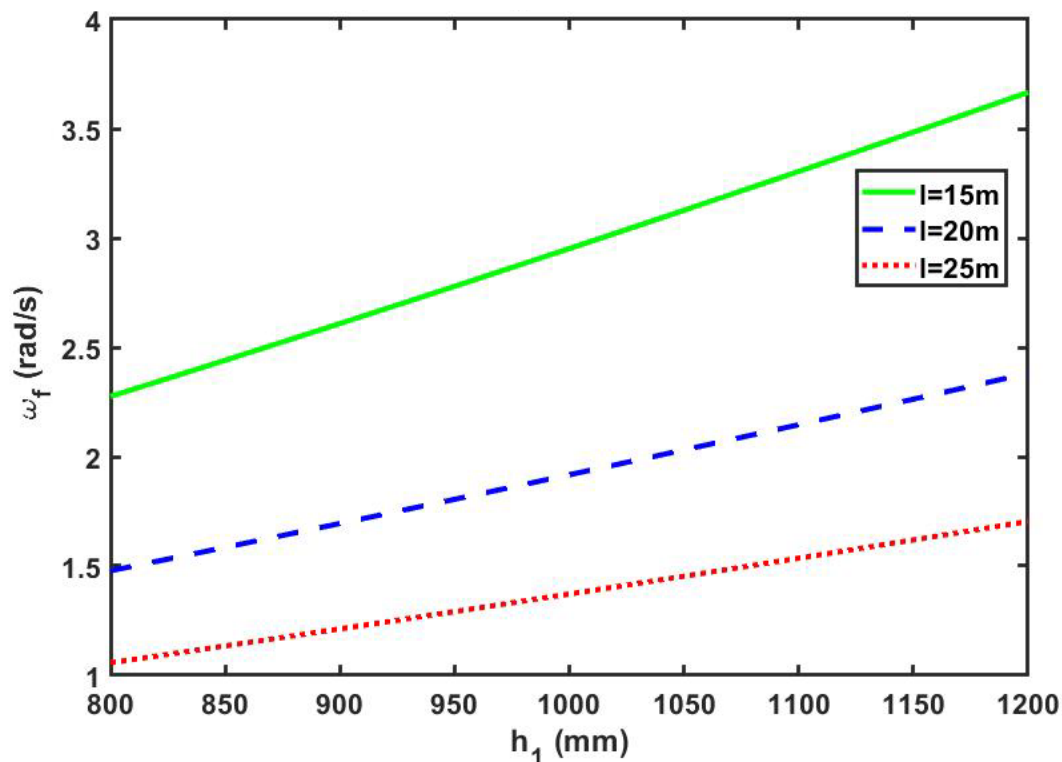
Највећи проценат пораста сопствене фреквенције је за  $l=15m$  и  $h_1=800mm$  и износи 15,29% а најмањи за  $l=25m$  и  $h_1=1200mm$  и износи 13,19%.

На сликама 9.14. 9.15 и 9.16 приказане су сопствене фреквенције за  $t_1=10mm$  и  $t_2=12mm$ , ширина вертикалних лимова је 400, 500 и 600mm, дужина 15,20 и 25m а  $h_1$  се креће у границама од 800 до 1200mm.

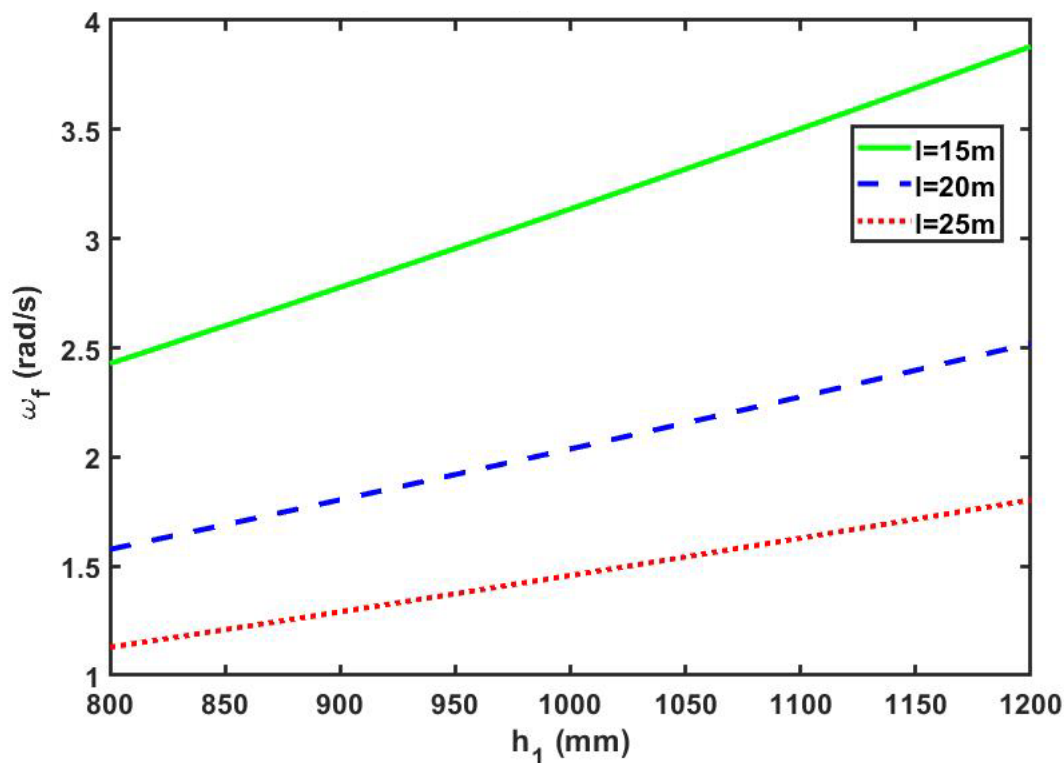


Слика 9.14. – Сопствене фреквенције за  $t_1=10mm$ ,  $t_2=12mm$  и  $b_1=400mm$





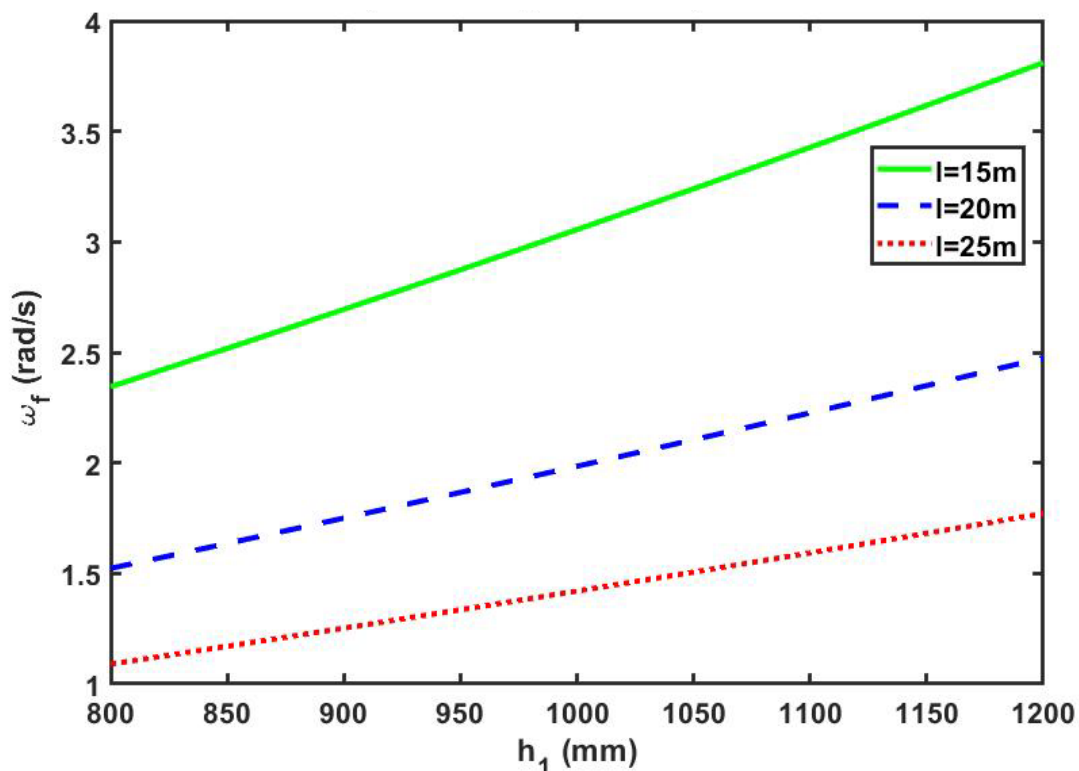
Слика 9.15. – Сопствене фреквенције за  $t_1=10\text{mm}$ ,  $t_2=12\text{mm}$  и  $b_1=500\text{mm}$



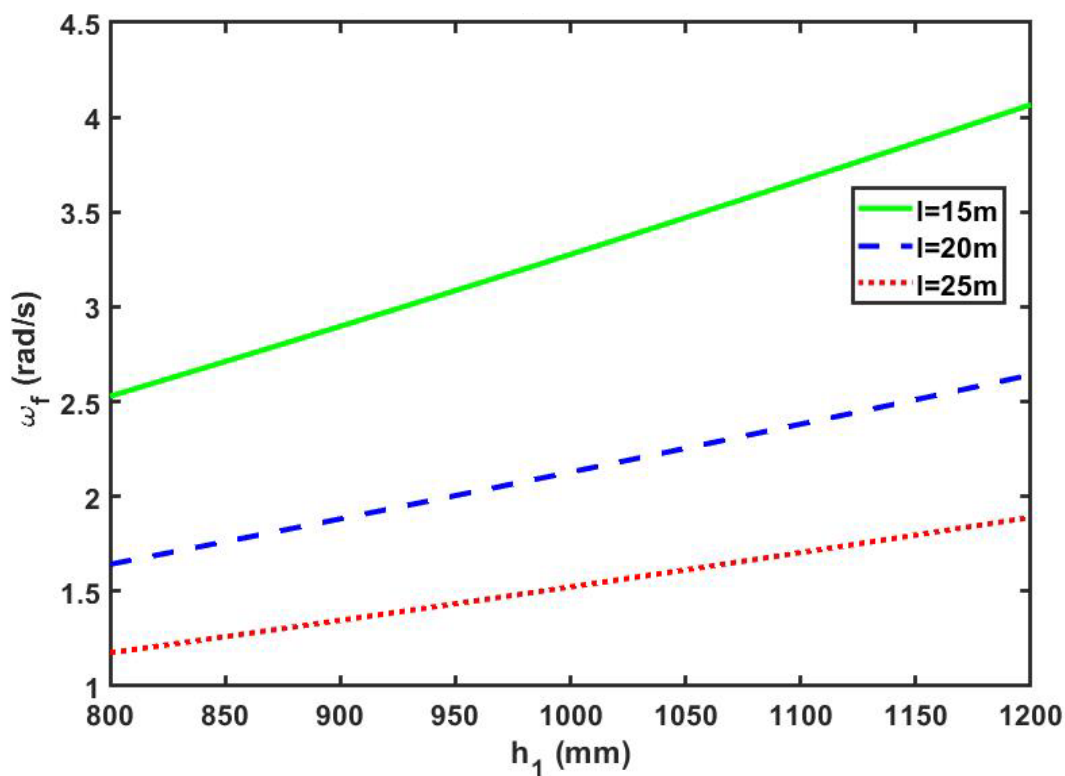
Слика 9.16. – Сопствене фреквенције за  $t_1=10\text{mm}$ ,  $t_2=12\text{mm}$  и  $b_1=600\text{mm}$

Промена сопствене фреквенције је скоро линеарна а највећи пораст је за  $l=15\text{m}$  и  $b=400\text{mm}$  и износи 62,83%. Најмања промена сопствене фреквенције је за  $l=20\text{m}$  и  $b=600\text{mm}$  и износи 59,01%.

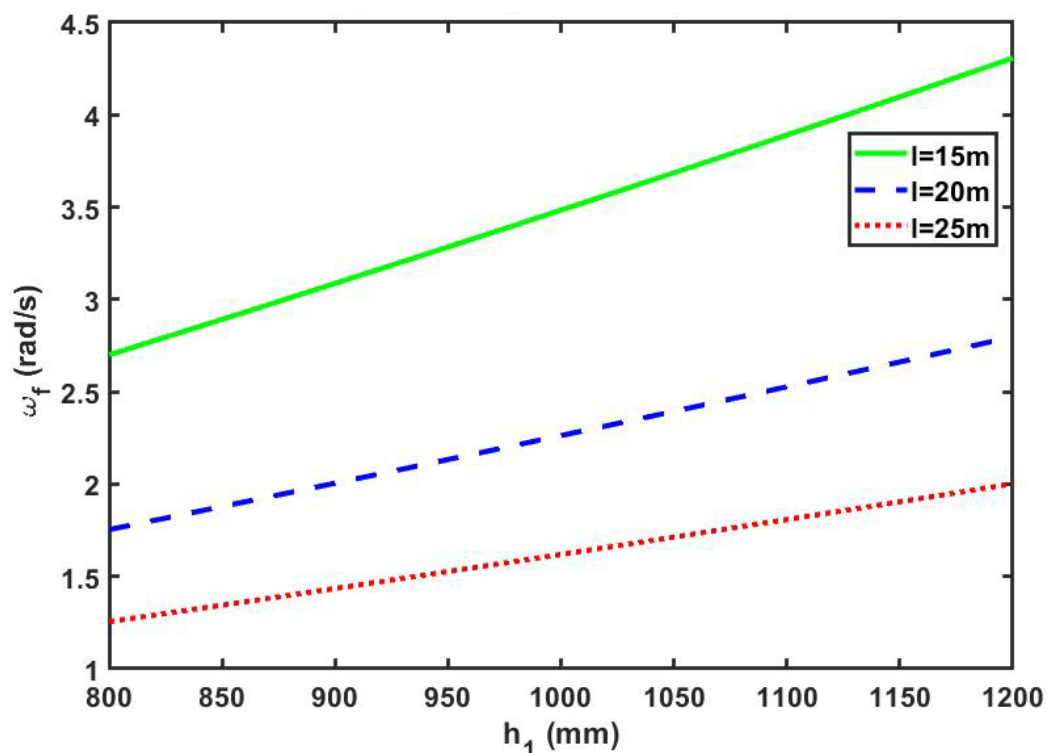
На сликама 9.17, 9.18 и 9.19 су повећане дебљине лимова на вриједности  $t_1=12\text{mm}$  и  $t_2=15\text{mm}$  за исте остале параметре као на претходне три слике.



Слика 9.17. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12\text{mm}$ ,  $t_2=15\text{mm}$  и  $b_1=400\text{mm}$



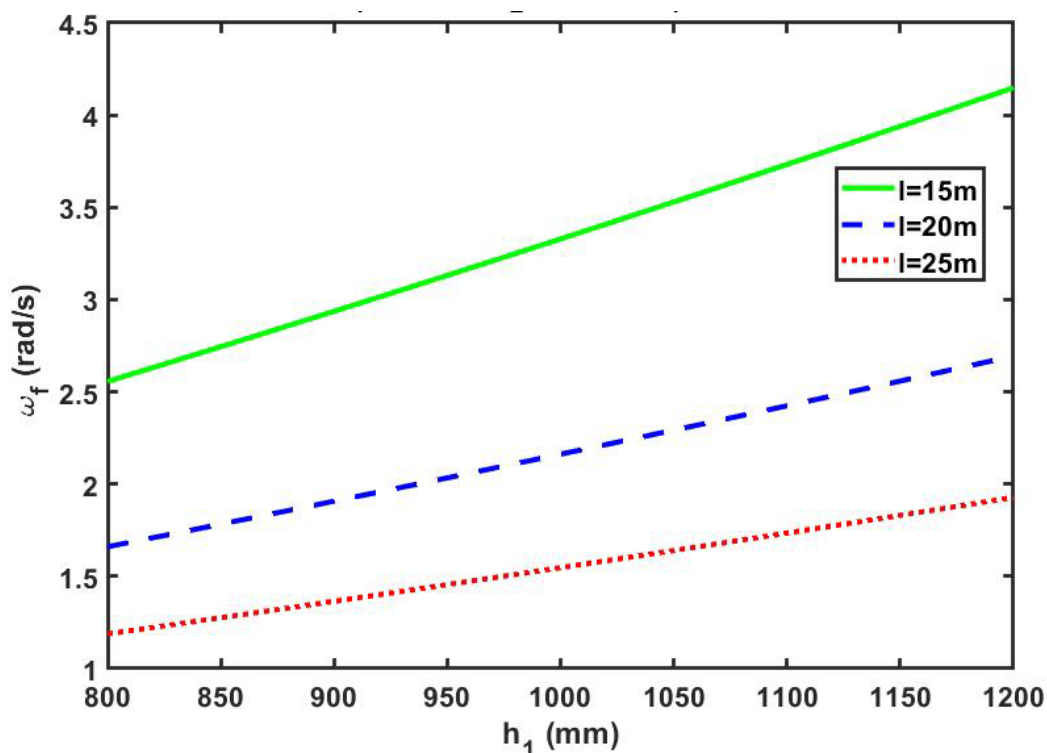
Слика 9.18. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12\text{mm}$ ,  $t_2=15\text{mm}$  и  $b_1=500\text{mm}$



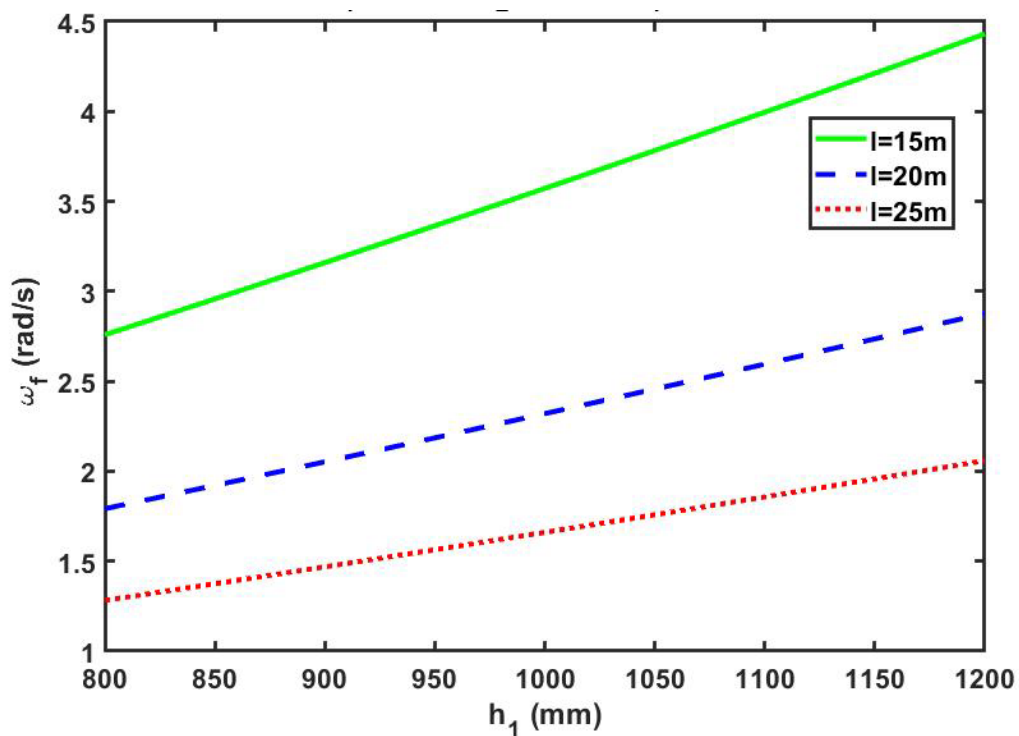
Слика 9.19. – Сопствене фреквенције за  $t_1=12mm$ ,  $t_2=15mm$  и  $b_1=600mm$

Највећи пораст сопствене фреквенције је за за  $l=15m$  и  $b=400mm$  и износи 62,50% а најмањи за за  $l=25m$  и  $b=600mm$  и износи 59,51%.

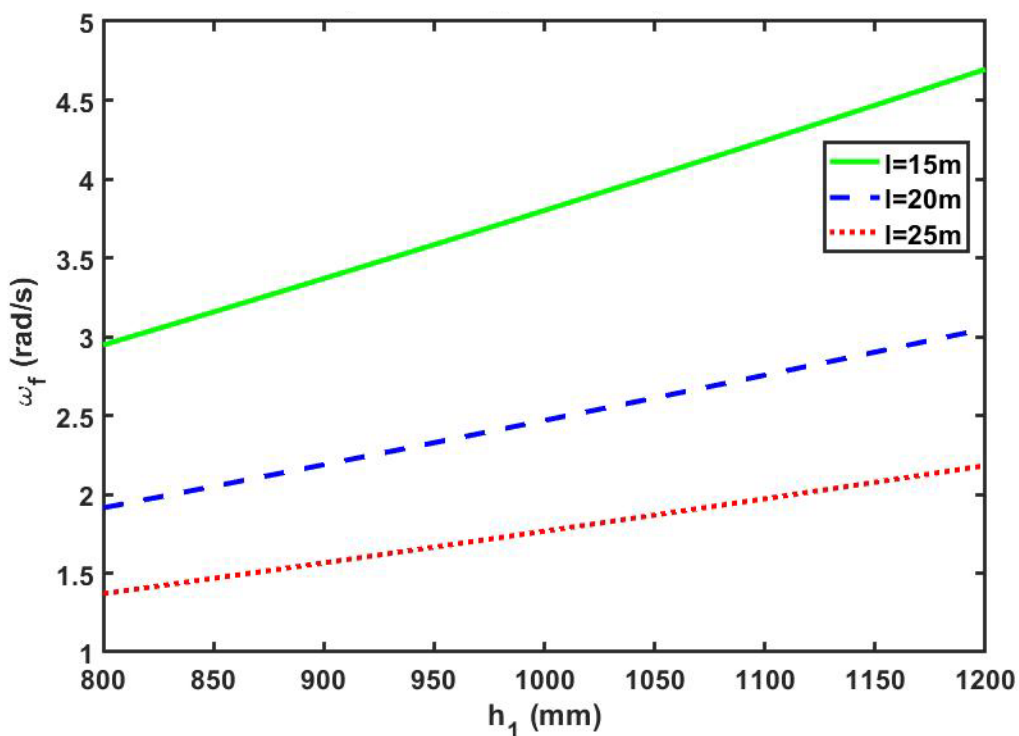
На сликама 9.20, 9.21 и 9.22 је извршено даље повећање дебљина појасних и вертикалних лимова на  $t_1=14mm$  и  $t_2=18mm$ .



Слика 9.20. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14mm$ ,  $t_2=18mm$  и  $b_1=400mm$



Слика 9.21. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14mm$ ,  $t_2=18mm$  и  $b_1=500mm$



Слика 9.22. – Сопствене фреквенције за  $t_1=14mm$ ,  $t_2=18mm$  и  $b_1=600mm$

И овдје је, као и у претходним случајевима промјена сопствене фреквенције линеарна са највећом промјеном за  $l=15m$  и  $b=400mm$  која износи 62,23% и најмањом промјеном за  $l=15m$  и  $b=600mm$  која износи 59,32%.

## 10. Закључна разматрања

Основни задатак у истраживачком подухвату састоји се у формирању модела са рационалним бројем утицајних параметара. Поред општих претпоставки механике конструкција, теорија конструкција се заснива и на посебним додатним претпоставкама, зависно од врсте конструкција. На основу тих претпоставки, формиране су посебне технике теоријске конструкције (линијски носачи, танкозидни носачи, плоче,...). У оквиру ових теорија изучавање понашања конструкција као тродимензионалних тијела се своди у теорије једнодимензионалне анализе или дводимензионалне анализе. Зато се основне једначине теорија конструкција обично поједностављују редукцијом одговарајућих једначина. Нумерички модели за анализу конструкција обично су сложенији од модела за нумеричку анализу конструкција.

За теоријску анализу конструкција развијен је велики број општих и посебних програма који покривају практично сва подручја линеарне и нумеричке анализе напонско-деформацијског стања конструкција при различитим спољашњим утицајима. Но, треба имати на уму да не постоје свемогући програми при рјешавању свих проблема, па приликом употребе готових програма треба бити веома обазрив. Зато је неопходно познавање теоријских основа на којима је програм заснован, као и нумеричких модела и алгоритама за добијање карактеристичног рјешања.

Постављени и истражени параметри геометријске идентификације елемената носеће структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима анализирани су свестрано са полазом од фундаменталних података, уз развој инжењерских аналитичко-нумеричких метода прорачуна и експерименталну подршку.

Због јасних приказа истраживаних резултата од значаја за геометријску идентификацију елемената структуре претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима као и наставка истраживања, потребно је те резултате систематизовати и приказати у виду сљедећих закључака:

- Носачи сандучастог типа налазе велику примјену у свим носећим конструкцијама раванских и просторних извођења. Израђују се од танких челичних лимова и појављују се као оптимална рјешења када је ријеч о преношењу спољашњих оптерећења доминантно од савијања и торзије. Код таквих носача може се дефинисати теоријски однос између момената инерције попречних пресека при савијању и торзији, који зависи само од односа висине и ширине попречног пресека, дефинисаног коефицијентом  $k$ . Тај однос, у ознаци  $i$  износи  $i=2k/3$ , ако су испуњени сљедећи услови:
  - попречни пресјек носача сандучастог типа је са поравнатим бочним ивицама појасних и вертикалних лимова,
  - дебљине хоризонталних и вертикалних лимова су једнаке ( $\lambda=1$ ),
  - вриједности коефицијента  $k$  не прелазе 3, што је у практичним извођењима тих носача најчешћи случај,
  - грешка учињена апроксимацијом при дефинисању зависности  $i=2k/3$  не прелази 7%, то је уствари и највећа грешка која одговара вриједности коефицијента  $k = \sqrt{3}$ ,

- за вриједности коефицијента  $k = 3$ , што претпоставља оптимални однос висине и ширине сандучастог носача, грешка учињена апроксимацијом је скоро једнака нули,
- за истражене вриједности коефицијента  $k$ , као и за однос момената инерције при савијању и торзији  $i = 2k/3$ , може се дефинисати однос између савојне и торзионе крутости:

$$\frac{EI}{GI_t} = \sqrt{3} \cdot k$$

Захваљујући овој теоријској зависности, утицајни коефицијенти  $a_{ik}$  Максвел-Моровог интеграла добијају сажетији облик за примјену. Ова теоријска зависност је од посебног значаја при проучавању носећих структура раванских и просторних извођења, најприје у домену оптимизације тих структура, јер се пружа могућност развоја нових модела и прорачунских метода, усмјерених на одређивање конструктивних, најчешће геометријских параметара, који дефинишу екстремне разматраних конструкција.

У циљу спровођења комплексне анализе утицаја промјене геометријских параметара носача сандучастог типа, неопходно је у процес анализе увести и параметар  $\lambda$  који представља однос дебљине појасних лимова према дебљини вертикалних лимова. На тај начин однос савојне и торзионе крутости носача сандучастог типа се уопштава и постаје зависан, не само од коефицијента  $k$  већ и од коефицијента  $\lambda$ . Јасно је да дебљине појасних лимова битно утичу на отпорност носача, но из технолошких разлога при заваривању, препоручује се да коефицијент  $\lambda$  буде између 1,0 и 1,5 (рјеђе 2,0), при чему се сматра да је оптимална вриједност 1,3. За вриједности коефицијента  $k = \sqrt{3}/3$ , однос савојне и торзионе крутости има минималну вриједност:  $i_{\lambda, \min} = (k + \sqrt{3})^2 / 12$ , односно после линеаризације добија се израз за  $i_{\lambda, \min}$  који је поједностављен и за практичну примјену врло прихватљив. И при овој линеаризацији не прави се грешка већа од 7%.

Генерализацијом односа момената инерције при савијању и торзији носача сандучастог типа, узимајући у обзир коефицијенте  $k$  и  $\lambda$ , добија се теоријска зависност дефинисана изразом  $i_{\alpha} = 0.61k \cdot \lambda^{0.35}$ . Са овом зависношћу, слиједи општи израз за однос савојне и торзионе крутости носача сандучастог типа:

$$\mu = EI / GI_t = 1,6 \cdot k \cdot \lambda^{0.35}$$

Поред примарних коефицијената који карактеришу попречни пресјек носача сандучастог типа  $k$  и  $\lambda$ , промјена крутости носећих рамова зависи и од коефицијената који дефинишу односе момената инерција попречног пресјека укрућења и момента инерције попречног пресјека подужног носача. Тај коефицијент, у ознаци  $\beta$ , с обзиром на захтјеве које треба да испуни дио носећег рама за везу аксијално-радијалног лежаја у погледу потребне крутости може се закључити да крутост расте повећањем овог коефицијента.

Промјена крутости носећег рама при константним геометријским величинама (ширина носача  $b$ , дебљина вертикалних лимова сандучастог носача  $t$ , размак попречних  $l_2$  и кратких подужних носача  $L_2$ , зазор између ослонца носећег рама и референтне равни  $\delta$ , константним коефицијентима  $k$  и  $\lambda=1$ ), графички је приказана на сликама 6.1, 6.2 и 6.3.

При истим условима анализе као и за изведени претходни закључак, промјена крутости носећих рамова анализирана је и у функцији промјене односа геометријских величина  $l_1$  и  $l_2$ , које дефинишу дужине сегмената подужних носача. Ако је однос  $l_1/l_2$  дефинисан параметром  $w$ , при порасту тих параметара, долази до опадања крутости у реалним изведеним рјешењима носећих рамова.

Такође се јасно уочава сљедећа зависност:

- при дефинисању вриједности коефицијента  $\varphi$ , који представља однос момента инерције попречног пресјека почетног дијела насача  $I_3$  према моменту инерције пресјека подужног носача ( $\varphi=I_3/I_2$ ), треба обратити пажњу да при његовом расту долази до раста крутости носећег рама. Коефицијент правца законитости промјене крутости носећег рама има скоро константну вриједност, за исту вриједност коефицијента  $\varphi$ .

Свакако да су резултати истраживања утицаја промјене коефицијената односа висина и ширина носача сандучастог типа од прворазредног значаја, јер дефинишу основну форму носача сандучастог типа. Истраживања су вршена за извођење носеће структуре утоварно-истоварних колица са укрупњенима.

Код тих конструктивних рјешења, са носећом структуром утоварно-истоварних колица са укрупњенима, извршена је експериментална провјера теоријских резултата. Испитивања су вршена на моделу који је дефинисан сљедећом геометријом:

$$l \times L = 1200 \times 1200 \text{ mm}; \quad l' \times L = 800 \times 1200 \text{ mm} \quad l' \times L' = 800 \times 800 \text{ mm}$$

$$b \times h \times t = 60 \times 60 \times 2 \text{ mm} \quad (k = 1) \quad b \times h \times t = 60 \times 120 \times 2 \text{ mm} \quad (k = 2)$$

Анализом резултата мјерења потврђена је теоријска зависност односа крутости носећих рамова утоварно-истоварних колица. За вриједност коефицијента  $k=1$  и  $k=2$ , долази се до односа крутости носеће конструкције утоварно-истоварних колица која износи:

$$\frac{c_{ki}}{c_{kj}} = 3,3 = \left( \frac{k_2}{k_1} \right)^{3/2}$$

Крутост носећих структура мостова претоварних дизалица зависи и од односа параметара који карактеришу ослону базу ( $m \times n$ ) и то према зависности:

$$\frac{c_i}{c_j} = \left( \frac{m_j}{m_i} \right) \left( \frac{n_j}{n_i} \right)^2$$

Сви ови резултати су од посебног значаја за наставак истраживања, усмјерених на истраживање динамичког понашања претоварних мосних дизалица са утоварно-истоварним колицима, чиме би се на најбољи начин заокружила теоријско-експериментална анализа овакве једне дизалице за претоварне радове великих капацитета.

---

## **ЛИТЕРАТУРА**



- [1] Herrnbrödt H.: Über die Raddrucke von fahrbaren Drehkrannen, *Fordertechnik* 33 (1940)
- [2] Ernest H.: Probleme der Portalgestaltung neuzeitlicher Hofen krane, *Der Stahlbau*, 26. Jg (1957) H1
- [3] Popken H.: Modellversuche zur bestimmung des Eckdrucks von Vierbeinigen Kranportalen, *Stahlbau* 33, (1964) 3
- [4] Kurt F., Schulze W., Warkenthin : Hinweiszur statischen berchnung von portalkonstruktionen für Block saulendrehkrane, *Wissenschaftliche Zeitschrift TH Magdebur*, 8. Jg (1964) H1
- [5] Огњановић М.: Иновативни развој техничких система, Машински факултет, Београд, 2014.
- [6] Goncz, P., Potočnik, R., Glodež, S. (2013). Computational model for determination of static load capacity of three-row slewing bearings with arbitrary clearances and predefined raceway deformations, *International Journal of Mechanical Science*, 73 (2013), p.82-92.
- [7] А. Ланг, И. Мазовер, В. Майзель, “ПОРТАЛЬНЫЕ КРАНЫ - расчёт и конструирование”, Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, Москва- машиностроительной Ленинград, 1962.
- [8] Zupan, S., and Prebil, I. (2001). Carrying Angle and Carrying Capacity of a Large Single Row Ball Bearing as a Function of Geometry Parameters of Rolling Contact and Supporting Structure Stiffness, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, Issue 10, p. 1087–1103,
- [9] J.I. Amasorrain, X. Sagartzazu, J. Damián. (2003). Load distribution in a four contact-point slewing bearing, *Mechanism and Machine Theory*, 38, p. 479–496.
- [10] Kania, L., Pytlarz, R., Spiewak, S. (2018). Modification of the raceway profile of a single-row ball slewing bearing, *Mechanism and Machine Theory*, 128(2018), p.1-15,
- [11] Biao Deng, Yuan Guo, An Zhang, Shengjin Tang (2017). Finite element analysis of thrust angle contact ball slewing bearing, *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 274 (2017) 012096, p. 1-6,
- [12] Olave, M., Sagartzazu, X., Damian, J., Serna, A. (2010). Design of four contact-point slewing bearing with a new load distribution procedure to account for structural stiffness, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, Issue 2, (10 pages), DOI: 10.1115/1.4000834
- [13] Heras, I., Aguirrebeitia, J., Abasolo, M. (2017). Friction torque in four contact point slewing bearings: Effect of manufacturing errors and ring stiffness, *Mechanism and Machine Theory*, 112 (2017), p. 145-154.
- [14] Peiyu, H., Rong, L., Rongjing, H., Hua, W. Guo, Y. Cheng, L. (2018). Hardened raceway calculation analysis of a three-row roller slewing bearing, *International Journal of Mechanical Sciences*, 137(2018), p.133-144,

- [15] Smolnicki, T., Stanco, M., Pietrusiak, D. (2013). Distribution of loads in the large size bearing-problems of identification, *Technical Gazette*; Vol. 20, no. 5, p. 831-836.
- [16] Jerman, B., Hladnik, J., Resman, F., Landschutzer, C. (2018). Optimization of the support structure of large axial-radial bearing of overhead type manipulator, *FME Transactions*, vol. 46, no. 2, pp. 386-391, DOI: 10.5937/fmet1803386J.
- [17] Guanci, C., Cunzhu, W., Zhengming, X. (2016). Effects of supporting Structure and bolt connection on the fatigue life and carrying capacity of a slewing bearing, *Journal of Engineering Tribology*, Vol. 2331(6), 1-17, DOI: 10.1177/1350650116677606
- [18] Duval, R., Bannebach, J., Blasiak, J., Guelbi, A. (2018). Modelling fatigue behavior of slewing rings in crane structures, *Procedia Engineering*, Vol. 213, p. 323-334,
- [19] Pietrusiak, D., Smolnicki, T., Stanco, M. (2017). The influence of superstructure vibrations on operational loads in the undercarriage of bulk material handling machine, *Archives of civil and Mechanical Engineering*, Vol. 17, Issue 4, p. 855–862,
- [20] Gašić, M., Savković, M., Bulatović, R. (2011). Optimization of trapezoidal cross section of the truck crane boom by Lagrange's multipliers and by differential evolution algorithm (de), *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*, Vol. 57, No. 4, p. 304-312, DOI:10.5545/sv-jme.2008.029.
- [21] Karnovsky, I. A., Lebed, O. (2010). *Advanced methods of structural analysis*, Springer New York, London.
- [22] Clough R. W., Penzien J.: *Dynamics of structures*, McGraw-Hill, New York, 1993.
- [23] Chopra A. K.: *Dynamics structures-Theory and Application to Earthquake Engineering*, 3<sup>rd</sup> edition, Prentice Hall, New Jersey, 2006.
- [24] Брчић В. : *Динамика конструкција, Грађевинска књига, Београд, 1978.*
- [25] Ћорић Б. , Салатић Р. : *Динамика грађевинских конструкција, Грађевинска књига, Београд, 2011.*
- [26] Острић Д.: *Динамика мосних дизалица, Машински факултет, Београд, 1998.*
- [27] Георгијевић М. : *Динамика дизалица – експериментална и моделска анализа, Задужбина Андијевић, Београд, 1996.*
- [28] Jerman B., Hribar.A.: *Dynamics of the mathematical pendulum suspended from a moving mass, Tehnički vjesnik – Technical Gazette*, ovol. 20, no.1, p.59-64, 2013.
- [29] Vasiljević R., Gašić M.: *The Dynamic Model of the Boom Portal Cranes, IMK-14-Research & Development in Heavy Machinery*, vol 21, no. 4, EN 125-130, 2015.

- [30] Fryba L.: Vibration of solids and structures under moving loads, 3rd edition, Thomas Terford, 1999.
- [31] Gašić V., Zrnić N., Rakin N.: Dynamics of the mathematical pendulum suspended from a moving mass, *Tehnički vjesnik – Technical Gazette*, vol.19, no.1, p. 115-121, 2012.
- [32] Штимац И., Мештровић Д., Кожар И.: Анализа мостовних конструкција побуђених покретним оптерећењем, *Грађевинар*, vol. 56, no. 6, с 347-353, 2004.
- [33] Olave, M., Sagartzazu, X., Damian, J., Serna, A. (2010). Design of four contact-point slewing bearing with a new load distribution procedure to account for structural stiffness. *Journal of Mechanical Design*, vol. 132, no.2, DOI:10.1115/1.4000834.
- [34] Rauber E., Vrančić D.: Anti-sway system for ship – to shore cranes, *Strojišni vestnik – Journal of Mechanical Engineering*, vol. 58, no. 5, p. 338-344, 2012.
- [35] F.E.M 1.001, Rules for the design of hosting appliances, European Materials Handling Federation, Belgium, 1998.
- [36] Dredig H.: Ermittlung der Massenkrafte beim Wippen von Doppellenkerkranen, *Hebezeug und Fordermittel*, p. 178, 1967.
- [37] Jovanović M., Radoičić G., Milić P.: Selection of the Finite Elements Considering Load cases and Geometry, Proc. XIX International Conference MHCL '09, p. 61-66, 2009.
- [38] Sun Y. Li D.: Dynamic Analysis and Design Method Study on the Combined – boom System of Portal Crane, *Applied Mechanics and Materials*, vol. 152-154, p.1645.
- [39] Zheng Y., Hu Y., Wu B.: Finite Elements Model Analysis of Four – link Combination Portal Cranes, 3<sup>rd</sup> International Conference on Mechatronics, p. 662-665, 2015.
- [40] Wu J.J.: Transverse and longitudinal vibrations of a frame structure due to a moving trolley and the hoisted object using moving Finite Elements, *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 50, p. 613-625, 2008.
- [41] Gašić V., Zrnić N., Milovančević.: Considerations of Various Moving Load Models in Structural Dynamics of Large Gantry Cranes, *FME Transactions*, vol. 41, no.4, p. 311-316, 2013.
- [42] Wu K.J.: Dynamics responses of three-dimensional framework due to a moving carriage hoisting a swinging object, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, no. 13, p. 1679-1702, 2004.
- [43] Yazid E., Parman S. and Fuad K.: Vibration analysis of flexible gantry crane system subjected swinging motion of payload, *Journal of Applied Sciences*, vol. 10, p. 1707-1715, 2011.

- [44] Younesian D., Ghafoori E., Sadeghpour M.: Nonlinear vibration of a three-dimensional gantry crane subjected to a travelling trolley hosting a swinging object, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, vol. 34, no.3-4, p. 333-350, 2010.
- [45] Trifković S., Zdravković N., Gašić M., Savković M., Marković G.: Analysis of the Influence Parameters on the Support Structure Stiffness of Large Radial-Axial Bearings, *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering* 65(2019)6, 366-374, DOI:10.5545/sv-jme.2019.6006.
- [46] Göncz, P., Potočnik, R., Glodež, S. (2013). Computational model for determination of static load capacity of three-row slewing bearings with arbitrary clearances and predefined raceway deformations. *International Journal of Mechanical Science*, vol. 73, p. 82-92, DOI:10.1016/j.ijmecsci.2013.04.012.
- [47] Zupan, S., Prebil, I. (2001). Carrying angle and carrying capacity of a large single row ball bearing as a function of geometry parameters of rolling contact and supporting structure stiffness. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 36, no. 10, p. 1087-1103, DOI:10.1016/S0094-114X(01)00044-1.
- [48] Amasorrain, J.I., Sagartzazu, X., Damián, J. (2003). Load distribution in a four contact-point slewing bearing. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 38, no. 6, p. 479-496, DOI:10.1016/S0094-114X(03)00003-X.
- [49] Karnovsky I.A.: *Theory of arched structures strength, vibration*, springer, New York, 2012
- [50] Karnovky I.A., Lebed O.: *Advanced methods of structural analysis*, springer, New York, London, 2010
- [51] Гашић М., Савковић М., Живковић М.: Прилог одређивању оптималног облика пресека носача носећих структура машина, 26. ЈУПИТЕР конференција, стр. 3.255-3.260, Београд, 2000.
- [52] Савковић М.: Оптимизација кутијастих носача дизалица применом методе Лагранжових множитеља - монографија, Факултет за машинство и грађевинарство у Краљеву, Краљево, 2013
- [53] Гашић М., Марковић Г., Савковић М.: Воздействие конструктивных решений конструкции экскаватора на повышение функциональности и долговечности радиального-упорного подшипника для свази оборотной платформы, Международная научно-техническая конференция, Интерстроимех 2004 – Сборник статей (дополнение), Ворожеж 2004, Россия.
- [54] Рашковић Д.: *Отпорност материјала*, Београд, Научна књига, 1980.
- [55] Бабин Ј.Н., Владић М.Ј., Бркљач Б.Н, Шостаков С.Р.: *Металне конструкције у машинству*, ФТН издаваштво, Нови Сад, 2012.

- [56] Базјанац Д.: Наука о чврстоћи, Загреб, Техничка књига, 1973.
- [57] Ракановић Р., Петровић Д., Шошкић З., Симовић Т.: Испитивање машинских конструкција, Машински факултет Краљево, 2006.
- [58] Vasiljević R., Gašić M., Savković M.: Parameters Influencing the Dynamic Behaviour of the Carrying Structures of a Type H Portal Crane, *Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering*, vol 66, no. 10, p. 591-602, 2016. DOI:10.5545/sv-jme.2016.3553
- [59] Nenad Đ. Zrnić, „INFLUENCE OF TROLLEY MOTION TO DYNAMIC BEHAVIOUR OF SHIP-TO-SHORE CONTAINER CRANES“, Doctoral dissertation, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, (Serbia), (2005)
- [60] Slobodan B. Tošić, “Dinamičko ponašanje mosnih kranova, u zavisnosti od krutosti pojedinih mehanizama i delova noseće konstrukcije”, Doctoral dissertation, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, (Serbia), (1989)
- [61] Vlada M. Gašić, „Dynamic interaction between the structure and the trolley of high performance gantry cranes“, Doctoral dissertation, University of Belgrade, Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, (Serbia), (2012)
- [62] N. Zrnić V. Gašić, A. Obradović, S. Bošnjak, „Appropriate modeling of dynamic behavior of quayside container cranes boom under a moving trolley“, *Springer Proceedings in Physics 139, Vibration problems ICOVP 2011*, pp. 81-86, 2011, Springer
- [63] J.J. Wu, A. R. Whittaker, M. P. Cartmell, „The use of finite element techniques for calculating the dynamic response of structures to moving loads“, *Computers and Structures*, 78, 6(2000), pp. 789-799.
- [64] V. Gašić, N. Zrnić, M. Rakin, „Consideration of a moving mass effect on dynamic behaviour of a jib crane structure“, *Technical Gazette*, 19, 1(2012), pp. 115-121.
- [65] Trifković, S., Gašić, M., Radić, N., Milutinović, M.: The Equations of Motion of the Crane with Loading-unloading Trolley on the Slewing Platform, VIII International Conference “Heavy Machinery-HM 2014”, Zlatibor, 25-28 June 2014, A.183-186
- [66] S. Trifković, M. Gašić, N. Radić, M. Milutinović: „Dynamic Analysis of the Crane with Loading-unloading Trolley on Slewing Platform”, *IMK-14 – Research & Development in Heavy Machinery 21(2015)1*, EN1-6, UDC 621 ISSN 0354-6829

---

**ПРИЛОЗИ**

## ПРИЛОГ 1

Табела П.1 -  $X_I=f(\beta, w)$ 

$\beta$	$w$	$X_I(\text{kN})$
1,0	0,4	82,28
	0,6	73,10
	0,8	64,50
	1,0	55,70
1,5	0,4	100,58
	0,6	87,12
	0,8	73,52
	1,0	59,25
2,0	0,4	121,13
	0,6	103,85
	0,8	85,90
	1,0	68,15

а)

Табела П.2 -  $X_I=f(\psi, \varphi)$ 

$\varphi$	$\psi$	$X_I(\text{kN})$
1,0	0,4	65,12
	0,6	61,82
	0,8	58,50
	1,0	55,20
1,5	0,4	67,41
	0,6	64,13
	0,8	60,85
	1,0	57,80
2,0	0,4	72,91
	0,6	69,20
	0,8	65,51
	1,0	61,82

б)

Табела П.3 -  $X_I=f(w, \psi)$ 

$w$	$\psi$	$X_I(\text{kN})$
0,4	0,4	63,44
	0,6	58,63
	0,8	53,82
	1,0	48,90
0,6	0,4	55,51
	0,6	51,83
	0,8	48,15
	1,0	44,50
0,8	0,4	52,10
	0,6	49,30
	0,8	46,72
	1,0	44,14
1,0	0,4	50,00
	0,6	47,92
	0,8	45,84
	1,0	43,76

в)

Табела П.4 -  $X_I=f(\varphi, \beta)$ 

$\varphi$	$\beta$	$X_I(\text{kN})$
1,0	1,0	71,03
	1,5	86,88
	2,0	102,72
1,5	1,0	74,20
	1,5	91,49
	2,0	108,78
2,0	1,0	77,00
	1,5	94,50
	2,0	112,01

г)

Вриједности  $X_I=f(\beta, w, \psi \text{ и } \varphi)$ ,  $\lambda=1,0$

## ПРИЛОГ 2

Табела П.5 -  $X_I = f(\beta, w)$ 

$\beta$	$w$	$X_I$ (kN)
1,0	0,4	105,20
	0,6	90,85
	0,8	78,12
	1,0	63,45
1,5	0,4	136,21
	0,6	117,16
	0,8	98,92
	1,0	84,82
2,0	0,4	164,71
	0,6	144,07
	0,8	123,44
	1,0	102,80

а)

Табела П.6 -  $X_I = f(\psi, \varphi)$ 

$\psi$	$\varphi$	$X_I$ (kN)
0,4	1,0	80,04
	1,5	86,57
	2,0	93,10
0,6	1,0	74,00
	1,5	81,55
	2,0	89,01
0,8	1,0	68,70
	1,5	76,81
	2,0	84,92
1,0	1,0	64,42
	1,5	72,21
	2,0	80,00

б)

Табела П.7 -  $X_I = f(w, \psi)$ 

$w$	$\psi$	$X_I$ (kN)
0,4	0,4	78,6
	0,6	73,41
	0,8	68,22
	1,0	63,90
0,6	0,4	72,01
	0,6	68,20
	0,8	64,35
	1,0	61,15
0,8	0,4	67,51
	0,6	64,38
	0,8	61,24
	1,0	58,10
1,0	0,4	63,11
	0,6	60,74
	0,8	58,38
	1,0	56,01

в)

Табела П.8 -  $X_I = f(\varphi, \beta)$ 

$\varphi$	$\beta$	$X_I$ (kN)
1,0	1,0	92,20
	1,5	113,50
	2,0	134,80
1,5	1,0	95,00
	1,5	118,51
	2,0	142,01
2,0	1,0	98,20
	1,5	123,90
	2,0	149,60

г)

Вриједности  $X_I = f(\beta, w, \psi \text{ и } \varphi)$ ,  $\lambda = 1,5$



## ПРИЛОГ 3

Табела П.9 -  $X_I=f(\beta, w)$ 

$\beta$	$w$	$X_I(\text{kN})$
1,0	0,4	93,74
	0,6	84,02
	0,8	74,29
	1,0	64,57
1,5	0,4	120,00
	0,6	106,68
	0,8	93,37
	1,0	80,05
2,0	0,4	142,92
	0,6	126,30
	0,8	109,69
	1,0	93,07

а)

Табела П.10 -  $X_I=f(\psi, \varphi)$ 

$\psi$	$\varphi$	$X_I(\text{kN})$
0,4	1,0	72,58
	1,5	77,79
	2,0	83,00
0,6	1,0	66,72
	1,5	72,82
	2,0	78,91
0,8	1,0	60,90
	1,5	67,91
	2,0	74,92
1,0	1,0	56,26
	1,5	63,64
	2,0	71,02

б)

Табела П.11 -  $X_I=f(w, \psi)$ 

$w$	$\psi$	$X_I(\text{kN})$
0,4	0,4	72,76
	0,6	66,22
	0,8	60,18
	1,0	54,10
0,6	0,4	64,11
	0,6	60,12
	0,8	56,13
	1,0	52,84
0,8	0,4	59,76
	0,6	57,38
	0,8	55,00
	1,0	52,62
1,0	0,4	56,55
	0,6	54,12
	0,8	52,01
	1,0	50,40

в)

Табела П.12 -  $X_I=f(\varphi, \beta)$ 

$\varphi$	$\beta$	$X_I(\text{kN})$
1,0	1,0	81,11
	1,5	99,94
	2,0	118,76
1,5	1,0	84,91
	1,5	104,67
	2,0	124,44
2,0	1,0	87,60
	1,5	109,2
	2,0	130,80

г)

Вриједности  $X_I=f(\beta, w, \psi \text{ и } \varphi)$ ,  $\lambda=1,3$

---

## БИОГРАФИЈА АУТОРА

Спасоје Трифковић ма, дипл. инж. маш. је рођен у Сарајеву 19.01.1973. год. Основну и средњу електротехничку школу је завршио у Сарајеву са одличним успјехом. Дипломирао је у априлу 2005. год. на Машинском факултету Источно Сарајево са највишим просјеком оцјена у генерацији. Дипломски рад под називом "Пројектовање обрадних процеса на CNC обрадном центру ECO MASTER 7120". урадио је под менторством проф. др Љубомира Лукића. Послије дипломирања запослио се у Махагони д.о.о. гдје је радио у на пословима CAD/CAM инжењера.

Од октобра 2005. године запослен је на Машинском факултету у Источном Сарајеву у својству асистента. У априлу 2011. године је изабран у звање вишег асистента за ужу научну област „Машинске конструкције“ у којем се и данас налази. Изводи је или изводи вјежбе на сљедећим предметима: Инжењерска графика, Транспортна средства, Конструкција алата, Индустијска складишта, Транспорт и логистика, Лифтови и жичаре и Грађевинска и транспортна механизација.

У току свог усавршавања као аутор и коаутор објавио је више од 20 научних и стручних радова. Коаутор је једног универзитетског уџбеника и учествовао је у изради више стручних пројеката. Као аутор и коаутор објавио је три рада у мађународним часописима са SCI листе, и већи број радова на домаћим и међународним конференцијама и часописима од којих су 10 од значаја за научну област из које је и докторска дисертација. Активно се служи енглеским и њемачким језиком.